Université de Cergy Pontoise ETIS

ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE
De l'université de Cergy-Pontoise

THESE

Présentée pour obtenir le grade de docteur de l'université de Cergy-Pontoise

Spécialité : Traitement des Images et du Signal

Apport du modèle ionosphérique Multi-Quasi-Parabolique aux algorithmes de pistage appliqués au radar transhorizon Nostradamus

par

David BOURGEOIS

ETIS, UMR 8051

Soutenue le 06 décembre 2005

Devant le jury composé de :

UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE BIBLIOTHÈQUE 30130000782820

M. Jean-Pierre Le Cadre	Président
M. Eric Moulines	Rapporteur
M. Fabien Campillo	Rapporteur
M. Christian Musso	Examinateur
Mme Inbar Fijalkow	Directrice de thèse
M. Marc Flécheux	Examinateur

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
ONERA

Résumé

Les radars transhorizons par ondes de ciel sont étudiés depuis 1960. Ceux-ci permettent de surveiller des zones très étendues et éloignées de leur site d'implantation. Afin de dépasser l'horizon radioélectrique d'un radar classique, les radars transhorizons utilisent la réflexion des ondes électromagnétiques sur l'ionosphère. En 1984, l'Office National d'Études et de Recherche Aérospatiales (ONERA) commençait la construction du radar transhorizon français, appelé Nostradamus. Deux innovations étaient alors apportées, puisque contrairement à ses homologues, le radar Nostradamus est monostatique et permet de mesurer l'angle formé entre le trajet de l'onde électromagnétique et la tangente au sol, appelé angle d'élévation.
La propagation ionosphérique pose de nombreux problèmes puisqu'elle est source de trajets multiples et qu'elle rend difficile l'estimation de la localisation exacte de la cible. Les algorithmes de pistage (estimation des informations de la cible) applicables à de tels radars ne sont à l'étude que depuis les années 1990. Chargés de palier les problèmes dus à la réflexion sur l'ionosphère, ils doivent être développés autour de modèles de celle-ci. Nostradamus étant un radar transhorizon de type nouveau, de nouveaux modèles peuvent être pris en compte. En particulier, la mesure de l'angle d'élévation permet d'envisager l'intégration du modèle ionosphérique évolué appelé modèle Multi-Quasi-Parabolique, au sein de ses algorithmes de pistage.
Nous étudions dans cette thèse l'apport que peut avoir la prise en compte d'un tel modèle, sur les performances de pistage des cibles. En particulier, nous présentons un algorithme permettant une nette amélioration de l'estimation de la localisation de la cible et le traitement efficace des multitrajets. Cet algorithme est validé sur données réelles dans un contexte monocible et sur données simulées en contexte multicibles.
Mots clés : pistage radar, modèle ionosphérique Multi-Quasi-Parabolique, Unscented Kalman Filter, méthodes particulaires, association de données.

Abstract

Since 1960, Over-The-Horizon Radars have been studied. These radars exploit the refractive nature of high frequency propagation through ionosphere to achieve wide-area surveillance. In 1984, the French National Aerospace Research Establishment (called ONERA) built the French Over-The-Horizon Radar called Nostradamus. This radar brought two main innovations : it was a monostatic radar, enabling the elevation angle measurement (angle between the ground and the electromagnetic wave).
The ionospheric propagation is source of multiple paths and makes the target location estimation difficult. First studies of tracking algorithms which can be used with these radars dated only from the year 1990. To take into account the ionospheric effects, they have to be built using propagation models. As Nostradamus Radar measures the elevation angle, new propagation models can be encountered.
In this document we study the possibility to integrate directly into tracking algorithms the Multi-Quasi-Parabolic ionospheric Model. We show that using our proposed method performance on target ground location estimation and multipaths processing are increased. Examples are given on real data in a monotarget context, and on simulated data in a multitargets context.
Key words : radar tracking, Multi-quasi-parabolic ionospheric model, Unscented Kalman Filter, particle filters, data association.

Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier très vivement et sincèrement Messieurs Fabien Campillo, Jean-Pierre Le Cadre, Christian Musso et Eric Moulines, qui m'ont fait l'honneur d'être membres du jury de cette thèse malgré les contraintes de temps que je leur ai imposées.

Je dois beaucoup à Marc Flécheux qui a encadré mon travail à l'ONERA. Sa connaissance des radars, de la propagation ionosphérique, sa bonne humeur et sa disponibilité ont été indispensables à la réussite de cette thèse.

J'adresse aussi un grand merci à Christèle Morisseau qui a su patiemment lire et relire tous mes écrits durant ces trois années, afin de m'aider à leur donner une plus grande clarté.

Je remercie ma directrice de thèse, Inbar Fijalkow, qui malgré mon éloignement géographique et son emploi du temps qui aurait quelques fois fait pâlir un ministre, a su m'encourager à garder un contact constant avec le milieu académique. Ses conseils toujours utiles se sont montrés riches d'enseignements. Je lui adresse donc un chaleureux merci.

Je tiens également à remercier très vivement Christian Riché, qui n'a jamais refusé de se noyer dans les eaux souvent tumultueuses de l'administration pour que ma thèse se passe dans des conditions idéales.

Ce travail ne se serait pas aussi bien passé s'il n'avait été réalisé au sein d'une équipe aussi sympathique que l'est TSI. Je remercie donc les ingénieurs, chercheurs et doctorants qui m'ont accompagnés durant ces années. Je profite de l'occasion pour adresser un remerciement tout particulier à Sébastien Paillardon qui m'a beaucoup aidé pour la rédaction du premier chapitre de ce document. Pour cela, que ton nom soit gravé en lettres d'or sur la porte de mon bureau (mais pas à mes frais bien entendu...).

Je remercie aussi mes amis, qui ne m'ont pas été d'un grand secours pour la compréhension du fonctionnement d'un radar mais qui m'ont permis d'oublier, ou au moins d'adoucir, tous les soucis qu'une thèse peut poser. Alors, que vous soyez villeneuvois, bordelais, toulousains, médiévaux, magiciens, anciens de l'ENSEA ou rockers, un grand merci à vous.

Bien sûr, je remercie toute ma famille, ma sœur, mes oncles, tantes (d'ici et d'Amérique), cousins, cousines... parce qu'il est agréable de savoir qu'ils sont et seront toujours là. Un merci tout particulier à Nicole, qui est la reine de la gestion du temps : "Nicole, la prochaine fois que je soutiens une thèse, je te laisse à nouveau tout gérer".

Enfin je remercie mes parents, simplement pour tout !

Table des matières

INTRODUCTION

Chapitre 1
Présentation du radar Nostradamus et de l'ionosphère

1.1 Le radar Transhorizon Nostradamus 6
1.1.1 Généralités 6
1.1.2 Présentation du projet Nostradamus 7
1.1.3 Applications 7
1.1.4 Traitement du signal et des données 8
1.1.4.1 Distance de groupe 8
1.1.4.2 Vitesse de groupe 9
1.1.4.3 Résolutions angulaires 9
1.2 L'ionosphère 11
1.2.1 Description physique 11
1.2.2 Modélisation Multi-Quasi-Parabolique de l'ionosphère 12
1.2.3 La propagation HF 16
1.2.4 Quelques modèles de propagation 18
1.2.4.1 Modèle de propagation utilisant le modèle ionosphérique MQP 18
1.2.4.2 Modèle de propagation basé sur le théorème de Martyn . . . 20
1.2.4.3 Variante du théorème de Martyn utilisant la couche de réflexion 21
1.2.4.4 Modèle de propagation basé sur une approximation du modèle MQP 21
1.2.4.5 Comparaison des différents modèles de propagation 23
1.3 Problématique 25
1.3.1 Présence de multitrajets 25
1.3.2 Localisation terrestre de la cible 26

Chapitre 2
État de l'art : présentation des méthodes d'Association de Données applicables aux radars Transhorizons

2.1 Introduction 28
2.2 Mise en équations dans le cas de modèles linéaires 29
2.2.1 Définition des vecteurs nécessaires 29
2.2.2 Équation d'évolution 30
2.2.3 Équation de mesure 30
2.3 Algorithme EMDA 31
2.3.1 Application de l'algorithme EM au problème de l'association de données 31
2.3.2 Calcul de l'Espérance : détails de l'étape E 32
2.3.3 Maximisation : détails de l'étape M 33
2.4 Algorithmes MCDA/ICMDA 35
2.5 Algorithme MSMF 38
2.6 Conclusion 40

Chapitre 3
Estimation des coordonnées au sol en contexte monocible, lorsque les paramètres des modèles sont connus

3.1 Introduction 42
3.2 Utilisation du théorème de Martyn 43
3.2.1 Re-définition des équations et des vecteurs d'état et de mesures 43
3.2.2 Estimation des coordonnées terrestre de la cible 43
3.3 Adaptation des algorithmes d'association de données aux modèles non-linéaires 46
3.4 Utilisation de la variante du théorème de Martyn 51
3.5 Utilisation de l'approximation du modèle MQP 54
3.6 Utilisation directe du modèle MQP au sein d'algorithmes non dérivatifs 57
3.6.1 Principe du filtre UKF 57
3.6.2 Principe des filtres particulaires 58
3.6.3 Application des filtres précédents au modèle MQP 60
3.7 Utilisation du modèle MQP avec diminution de l'influence de l'angle d'élévation au sein des algorithmes 63
3.7.1 Approche numérique : déduction de l'angle d'élévation par dichotomie 63
3.7.2 Estimation de l'état de la cible 64

3.7.3 Application des filtres au modèle MQP avec approche numérique . . . 67
3.8 Comparaison des résultats de simulation des méthodes présentées 68
3.9 Traitement des Fausses Alarmes et de la probabilité de détection 76
3.10 Conclusion 78

Chapitre 4
Adaptation au cas réel :
estimation des coordonnées au sol lorsque les paramètres des modèles sont estimés

4.1 Introduction 80
4.2 Problèmes liés aux incertitudes sur les paramètres du modèle MQP 81
4.3 Prise en compte des incertitudes des paramètres 83
4.3.1 Utilisation de l'algorithme MKF (Mixture Kalman Filter) 83
4.3.2 Estimation jointe des paramètres du modèle MQP et de l'état de la cible : filtre RB-UPF 86
4.3.3 Application du filtre RB-UPF à notre problème 88
4.4 Prise en compte du cas où les paramètres du modèle sont fixes 89
4.5 Résultats 90
4.5.1 Simulations 90
4.5.1.1 Estimation des coordonnées au sol de la cible 90
4.5.1.2 Estimation des paramètres du modèle MQP 92
4.5.2 Résultats sur données réelles 95
4.6 Conclusion 98

Chapitre 5
Contexte multicibles

5.1 Introduction 100
5.2 Estimation de l'hypothèse d'association piste/cible par Maximum A Posteriori . 101
5.3 Fusion des résultats monotrajet 102
5.3.1 Résultats en monocible 104
5.3.1.1 Paramètres du modèle connus 104
5.3.1.2 Paramètres du modèle inconnus 106
5.3.2 Résultats en multicibles 106
5.4 Conclusion 112

CONCLUSION

Annexe A
Description de l'algorithme MPCR

A.1 Description de l'algorithme 118

Bibliographie **121**

Acronymes

ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
HF	Haute Fréquence
MQP	Multi-Quasi-Parabolique
QP	Quasi-Parabolique
EKF	Extended Kalman Filter
EMDA	Expectation Maximisation Data Association
ICMDA	Iterated Conditional Mode Data Association
JPDAF	Joint Probabilistic Data Association Filter
MCDA	Monte Carlo Data Association
MPCR	MultiPaths Coordinate Registration
MSMF	Multiple Simultaneous Measurements Filter
PDAF	Probabilistic Data Association Filter
PF	Particle Filter
RB-UPF	Rao-Blackwellised Unscented Particle Filter
UKF	Unscented Kalman Filter
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
EQMM	Erreur Quadratique Moyenne Minimum
MAP	Maximum a posteriori
MV	Maximum de Vraisemblance

Table des figures

1.1 Comparaison d'un radar classique (haut) et d'un radar transhorizon (bas). . . . 6
1.2 Photographie aérienne de Nostradamus prise pendant la construction du site en étoile (haut) et au sol (bas). 7
1.3 Schéma du réseau d'antennes en émission et réception. 8
1.4 Antenne biconique sur coucher de soleil. 10
1.5 Comportement diurne des couches ionosphériques. 12
1.6 Profils de nuit et de jour (simulation modèle NeQuick) 13
1.7 Couche QP directe 14
1.8 Couche QP inversée. 15
1.9 Modélisation MQP 5 couches. 16
1.10 Géométrie du calcul des rayons en 2 dimensions. 17
1.11 Courbe angle d'élévation - distance de groupe avec une modélisation MQP . . 20
1.12 Courbe angle d'élévation - distance au sol avec une modélisation MQP 20
1.13 Schéma de la trajectoire de l'onde sous les hypothèses du théorème de Martyn. 21
1.14 Schéma de la variante de l'approximation de Martyn. 22
1.15 Distance de groupe en fonction de la distance au sol calculée avec le modèle MQP. 22
1.16 Exemple d'un calcul de la distance de groupe en fonction de la distance au sol pour les différents modèles de propagation (de haut en bas : couche E, $F1$, $F2$) 24
1.17 Explication de la présence de multitrajets 25
1.18 Exemple de pistage réalisé avec le théorème de Martyn. 26

3.1 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 44
3.2 Deux exemples (droite/gauche) d'estimation fortement biaisée : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 45
3.3 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'EMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 52
3.4 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'ICMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 52
3.5 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MCDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 53
3.6 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MSMF : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 53

3.7 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'EMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 55
3.8 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'ICMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 55
3.9 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MCDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 56
3.10 Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MSMF : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation. 56
3.11 Exemples de résultats (gauche :UKF / droite :particulaire) lorsqu'on utilise le modèle MQP. 61
3.12 Effet d'une transition entre deux couches de réflexion, sur la convergence des filtres (gauche :UKF / droite :particulaire). 62
3.13 Re-définition de la notion de couche, adaptée à la dichotomie. 64
3.14 Déduction de l'angle d'élévation et de la distance de groupe en fonction de la distance au sol. 65
3.15 Exemples de résultats (gauche : UKF / droite : particulaire) lorsqu'on utilise l'approche numérique du modèle MQP. 66
3.16 Robustesse face à une transition entre deux couches de réflexion. 66
3.17 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les distances au sol, pour différentes méthodes (1). 71
3.18 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les distances au sol, pour différentes méthodes (2). 71
3.19 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les vitesses au sol, pour différentes méthodes. 72
3.20 Résultats des 50 simulations pour l'UKF appliqué à l'approche numérique du modèle MQP (gauche), au modèle MQP (droite). 72
3.21 Résultats des 50 simulations pour le particulaire appliqué à l'approche numérique du modèle MQP (gauche), et pour l'EKF appliqué à l'approximation de Martyn (droite). 73
3.22 Résultats des 50 simulations pour le MSMF appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite). 73
3.23 Résultats des 50 simulations pour le MCDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite). 74
3.24 Résultats des 50 simulations pour l'ICMDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite). 74
3.25 Résultats des 50 simulations pour l'EMDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite). 75
3.26 Schéma de la chaîne de traitement de pistage considérée sur Nostradamus. . . . 77

4.1 Conséquences sur les performances de pistage, des erreurs d'estimation des paramètres du modèle MQP. 82
4.2 Conséquences sur le pistage, de la prise en compte des erreurs d'estimation des paramètres du modèle MQP. 90
4.3 Racine de l'erreur Quadratique Moyenne de l'estimation des coordonnées au sol par RB-UPF, lorsque les paramètres du modèle de propagation sont estimés. 91

4.4 Erreur d'estimation de la distance au sol de la cible des 50 simulations utilisées pour le calcul de l'EQM. 92
4.5 Exemple de résultats d'estimation des hauteurs des couches de réflexion. 93
4.6 Exemple de résultats d'estimation des fréquences critiques des couches de réflexion. 93
4.7 Tracé de l'ionisation de l'ionosphère et de son estimée par notre filtre particulaire Rao-Blackwellisé. 94
4.8 Comparaison des distances fonction de l'angle d'élévation, dans le cas des paramètres estimés (traits pleins, colorés) et des paramètres réels (traits discontinus) 95
4.9 Exemple de résultat sur données réelles - erreur au sol(bleu) et covariance(tirets rouges). 96
4.10 Comparaisons de différentes méthodes sur données réelles. 97

5.1 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne. 105
5.2 Résultats des 50 simulations. 105
5.3 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (haut), et résultats de 50 simulations (bas). 106
5.4 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 50 km, même vitesse (cibles réelles en traits discontinus noirs). 107
5.5 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 10 km, même vitesse (cibles réelles en traits discontinus noirs). 107
5.6 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 10 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs). 108
5.7 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs). 108
5.8 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 205 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs). 109
5.9 Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 202 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs). 109
5.10 Pistage multicibles - 2 cibles de mêmes positions initiales, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs). 110
5.11 Pistage multicibles - 3 cibles (cibles réelles en traits discontinus noirs). 110
5.12 Pistage multicibles - 3 cibles (cibles réelles en traits discontinus noirs). 111

Liste des tableaux

1.1 Valeurs nécessaires au calcul de la propagation en fonction des modèles utilisés. 23

2.1 EQM calculée sur 50 simulations indépendantes 40

3.1 Comparaison des deux développements du MCDA/ICMDA sur des modèles linéaires. 49
3.2 Comparaison des deux développements du MCDA/ICMDA sur des modèles non-linéaires. 49
3.3 Comparaison des temps de calculs relatifs moyens (par rapport à l'EKF-Martyn) pour les différents modèles et algorithmes 68

4.1 Paramètres du modèle MQP utilisés pour les simulations 82

INTRODUCTION

Depuis 1960 plusieurs pays ont développé des radars transhorizons. Nous pouvons en trouver deux types : les radars par ondes de mer et ceux par ondes de ciel. Nous nous intéressons dans cette thèse à cette deuxième catégorie, utilisant la réflexion des ondes électromagnétiques décamétriques sur l'ionosphère.
Les radars classiques sont limités en portée par leur horizon radioélectrique. Les radars transhorizons par ondes de ciel, utilisant la réflexion des ondes décamétriques sur l'ionosphère, peuvent franchir cet horizon et surveiller ainsi des zones très étendues et éloignées (jusqu'à 3000 kilomètres) du site d'implantation du radar. Si la technologie nécessaire à la construction d'un tel radar commence à être maîtrisée, il n'en est pas encore de même pour les algorithmes de traitement du signal nécessaires à l'estimation de la position des cibles, étape appelée pistage des cibles. Les premières publications sur le sujet datent du début des années 1990 et les travaux se poursuivent encore de nos jours. Les principaux problèmes sont dus aux caractéristiques intrinsèques de l'ionosphère. La propagation ionosphérique rend difficile l'évaluation de la distance cible/radar. De plus, l'ionosphère peut être considérée comme formées de plusieurs couches, et chaque couche peut ou non réfléchir un écho en provenance de la cible (phénomène de multitrajets). Ainsi les radars transhorizons, s'ils voient plus loin que les radars classiques voient aussi plus de cibles qu'il n'y en a réellement. Afin d'estimer le bon nombre de cibles et de les localiser précisément, il faut à la fois trouver un bon modèle de propagation ionosphérique et un algorithme de pistage donnant de bons résultats avec le modèle choisi.

En 1984, l'ONERA a entrepris la construction d'un radar transhorizon par ondes de ciel. Par rapport à ses quatre homologues mondiaux encore en fonctionnement (un australien, deux américains, et plus récemment un chinois), le radar transhorizon français appelé Nostradamus présente deux innovations majeures. La première est son caractère monostatique : les sites d'émission et de réception sont confondus. La seconde innovation apportée par l'ONERA est la mesure de l'angle d'élévation, angle formé entre la trajectoire de l'onde et la tangente au sol. Ces nouvelles caractéristiques permettent d'envisager l'utilisation de nouveaux modèles ionosphériques plus élaborés et donc de nouveaux algorithmes de pistage.

La mesure de l'angle d'élévation permet l'utilisation d'un modèle ionosphérique appelé modèle Multi-Quasi-Parabolique (MQP). Celui-ci est reconnu pour sa bonne représentativité de la réalité et peut trouver sa place dans un algorithme de pistage car il permet une expression analytique de la propagation. La question à laquelle nous répondrons dans ce document est la suivante : l'introduction du modèle Multi-Quasi-Parabolique au sein d'algorithmes de pistage appliqués au radar Nostradamus permet-elle un apport, tant en terme de précision sur la localisation de la cible qu'en terme de traitement des multitrajets ?
La réponse n'est pas évidente a priori puisque si le radar Nostradamus mesure l'angle d'élévation, la résolution (précision) de cette mesure n'est pas très bonne. Il est donc difficile de dire s'il vaut mieux utiliser pleinement les nouvelles caractéristiques du radar Nostradamus au sein de méthodes basées sur le modèle Multi-Quasi-Parabolique, malgré une mauvaise résolution des mesures, ou s'il est préférable d'utiliser l'une des méthodes de la littérature. Une troisième option serait d'utiliser ces méthodes en tentant une adaptation au modèle MQP. Enfin il ne faut pas perdre de vue que si le modèle MQP est *théoriquement* bon, dans la pratique ses paramètres sont estimés à travers des mesures de l'ionosphère (appelées ionogrammes), et que ces estimations introduisent des incertitudes, et sont donc susceptibles de biaiser les résultats des

algorithmes de pistage basés sur un tel modèle.

Au cours de nos recherches, nous avons centré nos efforts sur la localisation de la cible. En effet, nous pensons que le problème de multitrajets est d'autant plus facile à résoudre que la localisation de la cible est efficace. Dans la première partie de ce document nous décrivons en détails le radar transhorizon Nostradamus et l'ionosphère. Nous présentons en particulier les différents modèles de propagation que nous utilisons dans la suite : le modèle ionosphérique Multi-Quasi-Parabolique [CH69] [Mea00] [Nor03], une approximation de ce modèle , l'approximation de Martyn [Mar35] et une de ses variantes [Pul04]. Ceci nous permet de comprendre et de cerner les problèmes auxquels nous devons faire face.

Les chapitres deux, trois et quatre se placent dans un contexte monocible. Jusqu'au chapitre trois nous considérons que les paramètres des modèles envisagés sont parfaitement connus. Ceci afin décrire les algorithmes et de présenter une étude de leurs performances.

Le chapitre deux est consacré à l'état de l'art. Il est donc non spécifique au radar Nostradamus. Les algorithmes présentés dans cette partie (EMDA [PL97], MCDA/ICMDA [BD00], MSMF [PE96]) sont principalement basés sur des algorithmes d'association de données et sont majoritairement issus de travaux destinés au radar transhorizon australien.

Dans le troisième chapitre nous utilisons tous les modèles de propagation vus dans le premier. Pour ce faire, nous proposons une adaptation au cas non-linéaire des algorithmes MCDA/ICMDA [BMF04], et nous introduisons de nouvelles approches basées sur les algorithmes UKF [JU04], et particulaire [DdFG01] [RAG04]. Nous terminons par la comparaison des performances de l'ensemble des méthodes décrites dans le chapitre.

Nous adaptons ensuite au cas réel la meilleure méthode, basée sur une approche partiellement numérique du modèle Multi-Quasi-Parabolique. Ainsi, dans la quatrième partie du document, nous envisageons le cas où les paramètres de ce modèle sont estimés, et nous proposons un algorithme, développé à partir de l'algorithme MKF [CL00], dont le but est de conserver les bons résultats trouvés au chapitre trois bien qu'il y ait des incertitudes sur les paramètres. Nous proposons aussi une estimation jointe de l'état de la cible et des paramètres de l'ionosphère par méthode particulaire, et montrons qu'elle ne nécessite pas plus de puissance de calcul que la précédente. Ce chapitre se conclut par des résultats sur données réelles.

Enfin, nous abordons le problème multicibles dans la dernière partie de ce document. Ceci nous permet d'aborder spécifiquement le problème des multitrajets.

Au cours de ce mémoire, nous décrirons les apports que nous avons pu avoir sur le sujet. Nous avons proposé des adaptations de certains algorithmes afin de pouvoir les appliquer au radar Nostradamus, notamment l'adaptation des algorithmes MCDA et ICMDA à la prise en compte de problèmes non-linéaires ([P1] et [P2]). Nous avons proposés diverses méthodes (association d'un modèle de propagation et d'un algorithme de pistage) et comparé ces méthodes à celles déjà existantes [P4] [P5]. Nous avons développé une méthode efficace adaptée aux caractéristiques de Nostradamus, utilisable sur données réelles [P6]. Et enfin, nous avons proposé une

première approche, prometteuse, permettant la résolution du problème de multitrajets.

Publications

[P1] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX ". *MCMC data association algorithm applied to the French OTH Radar Nostradamus"*, Proc EUSIPCO 2004 (Vienne, Sept 6-10).

[P2] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX *"MCMC data association algorithm applied to the French OTH Radar Nostradamus"*, Proc IEEE Aerospace Conference 2005 (BigSky, March 5-12).

[P3] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX *"New version of a MCMC data association algorithm for non-linear observation model Application to the tracking problem with French OTHR Nostradamus"*, 7th International Conference on Information Fusion 2004 (Stockholm, June 28-30).

[P4] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX *"Quasi-Parabolic Ionosphere Modeling to Track with Over-The-Horizon Radar"*, 2005 IEEE Workshop on Statistical Signal Processing, SSP '05 (Bordeaux july 17-20).

[P5] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX *"Over The Horizon Radar target tracking using MQP ionospheric modeling"*, 8th International Conference on Information Fusion sponsored by IEEE and ISIF 2005 (philadelphia, July 25-29).

[P6] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU AND M. FLÉCHEUX *"Over-The-Horizon Radar Target Tracking Using MQP Ionospheric Modeling"*, Soumis à la revue IEE radar, sonar & navigation.

Chapitre 1

Présentation du radar Nostradamus et de l'ionosphère

1.1 Le radar Transhorizon Nostradamus

1.1.1 Généralités

En raison de ses caractéristiques très particulières, qui en font un instrument notablement différent des radars conventionnels, nous rappelons ici le principe d'un radar transhorizon.

La zone de détection des radars classiques (fonctionnant à hyperfréquences) est limitée par l'horizon radioélectrique. Cette zone due à la rotondité de la terre dépend de la hauteur à laquelle se situe l'antenne du radar. Par exemple, l'horizon radioélectrique d'une antenne située à 30m du sol se trouve à 25km.
Pour pouvoir s'affranchir de ce problème, l'emploi d'ondes décamétriques (3-30MHz) s'est développé, dès les années 1920 pour les radioamateurs qui désiraient réaliser des liaisons autour du globe et principalement durant la seconde guerre mondiale dans les systèmes de défense aérienne. Les ondes décamétriques ont la propriété d'être rétrodiffusées par les couches ionosphériques situées entre 100 et 400 km d'altitude. Cette propriété est exploitée par les radars transhorizons qui peuvent alors atteindre des portées supérieures à 3000km. Ce principe est illustré par la figure 1.1.

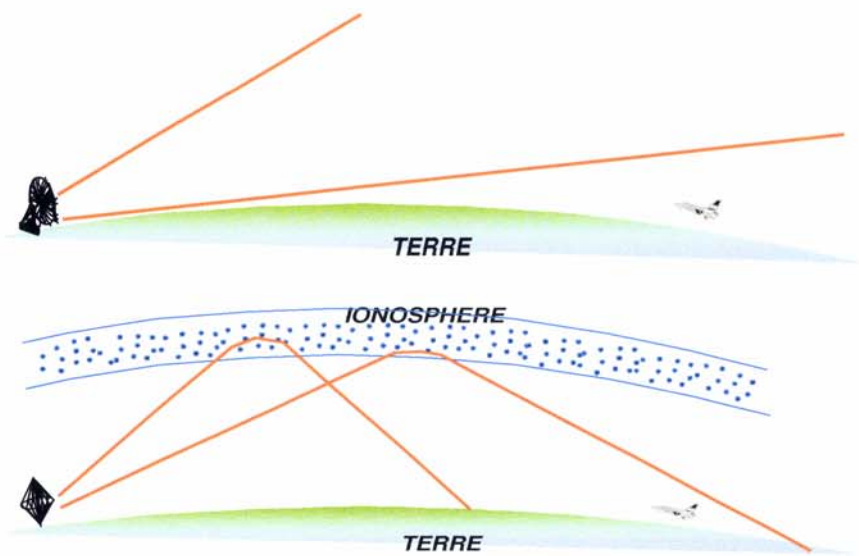

FIG. 1.1 – Comparaison d'un radar classique (haut) et d'un radar transhorizon (bas).

L'utilisation de la gamme décamétrique entraîne une infrastructure imposante. En particulier, les réseaux d'antennes doivent être de très grande taille (plusieurs centaines de mètres) afin d'obtenir une précision angulaire suffisante. De plus, afin d'observer des zones très éloignées, les puissances émises doivent compenser les pertes liées à la propagation.
Enfin, ces radars doivent intégrer des chaînes de traitement des signaux complexes, afin de compenser les effets néfastes de l'ionosphère, de détecter les cibles puis de les suivre.

1.1.2 Présentation du projet Nostradamus

Le projet Nostradamus est un concept original. Les principaux systèmes transhorizons existants (CONUS, JINDALEE...) sont bistatiques (émission et réception se font sur deux sites différents) et à réseaux linéaires d'antennes. Nostradamus conjugue à la fois une conception monostatique et un réseau en étoile à trois bras d'antennes biconiques. La configuration monostatique permet de limiter certains problèmes liés à la propagation car le chemin parcouru par l'onde est le même à l'aller qu'au retour. Le fait d'avoir remplacé le réseau linéaire par une configuration en étoile à trois bras permet une couverture azimutale à 360°, la forme biconique des antennes donne un contrôle du faisceau en élévation (angle entre le sol et le trajet parcouru par l'onde). Des photographies du radar sont données figure 1.2.

FIG. 1.2 – Photographie aérienne de Nostradamus prise pendant la construction du site en étoile (haut) et au sol (bas).

Les bras mesurent 400 mètres de long, 80 mètres de large et sont distants angulairement de 120°. Les antennes biconiques (figure 1.4) sont réparties aléatoirement afin de réduire les effets de couplage. La totalité de ces antennes fonctionne en réception alors qu'un tiers d'entre elles fonctionne en émission et réception (figure 1.3).

1.1.3 Applications

Les utilisations premières du radar transhorizon Nostradamus sont militaires. Ces utilisations prennent bien sûr en compte les avantages (portée) et inconvénients (résolutions angulaires) du

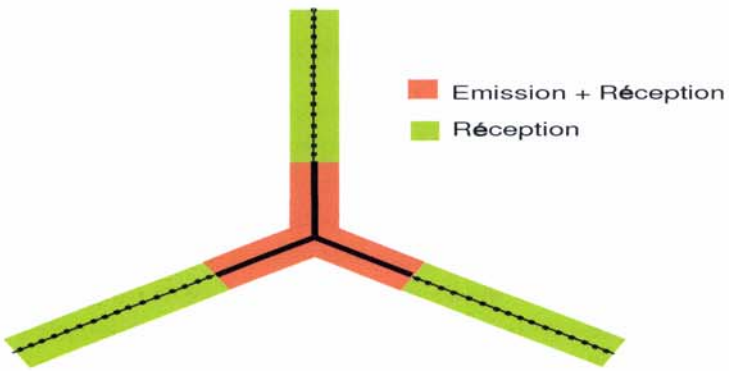

FIG. 1.3 – Schéma du réseau d'antennes en émission et réception.

radar. En permettant une alerte précoce et la couverture de zones très étendues, ce radar constitue un excellent outil de surveillance de zones stratégiques, en particulier, de zones aériennes censées rester *vides*.
Il trouve également des applications civiles comme l'étude de phénomènes climatiques (état de la mer, des courants marins, des vents) ou de l'ionosphère. On peut aussi noter que récemment des travaux essaient de l'utiliser en tant que détecteur de secousses sismiques.

1.1.4 Traitement du signal et des données

Comme nous venons de le voir la conception du radar Nostradamus lui permet de mesurer les angles d'azimut et d'élévation de l'onde électromagnétique. Les chaînes de traitement mises en œuvre permettent :

- l'amélioration de la résolution des mesures angulaires,
- le calcul de la fréquence Doppler,
- le calcul de la distance de groupe.

1.1.4.1 Distance de groupe

La première grandeur que peut mesurer le radar est la distance de groupe, c'est à dire la distance parcourue par l'énergie transportée par l'onde électromagnétique. Elle est directement liée au temps mis par l'impulsion pour se réfléchir sur la cible et revenir jusqu'au radar :

$$d_g = \frac{\tau_g C}{2}$$

où

τ_g est le retard de groupe, c'est à dire le temps mis par l'impulsion pour revenir jusqu'au radar
C est la célérité de la lumière

La résolution en distance de groupe est alors déduite de la bande du code émis. Nous avons

$$\Delta d_g = \frac{C}{2B}$$

où B est la bande du signal. Deux valeurs de résolution sont utilisées pour le radar Nostradamus : soit $5km$ soit $7.5km$.

1.1.4.2 Vitesse de groupe

La vitesse radiale de la cible représente la projection du vecteur vitesse de celle-ci sur l'axe de visée du radar. Elle est déduite de la fréquence Doppler. Par abus, afin d'homogénéiser les notations distance/vitesse, nous l'appellerons dans la suite vitesse de groupe bien que cela ne corresponde pas à la réalité physique. Cette vitesse se calcule comme suit :

$$v_g = \frac{\lambda f_d}{2}$$

f_d la fréquence Doppler
λ la longueur d'onde ($\lambda = \frac{c}{f}$)

La résolution dépend alors du temps d'intégration (τ_i) nécessaire au calcul de f_d et vaut :

$$\Delta v_g = \frac{\lambda}{2\tau_i}$$

Pour le radar Nostradamus, deux valeurs de temps d'intégration sont possibles soit $2.56s$ soit $5.12s$.

1.1.4.3 Résolutions angulaires

Les résolutions angulaires dépendent à la fois de la fréquence d'utilisation du radar et de l'angle de visée. Ainsi, si la structure originale de Nostradamus permet à l'utilisateur de choisir l'azimut et l'élévation, ces choix vont avoir une incidence sur les résolutions finales.
La largeur d'ouverture en élévation du lobe d'émission à $3dB$ (aussi appelé faisceau d'émission) est donnée par la formule :

$$\Delta\beta = \frac{2\lambda}{L\pi}\sqrt{\frac{6\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sin\beta_0}$$

β_0 : l'angle de dépointage en élévation
λ : la longueur d'onde
L : la longueur d'un des bras du radar Nostradamus

Cette ouverture définit aussi la résolution en élévation.

Pour un réseau d'antennes la résolution en azimut est donnée par :

$$\Delta A = \frac{\lambda}{D\cos A}$$

avec :

λ : la longueur d'onde
D : la longueur du réseau
A : l'angle de dépointage (de visée) en azimut

Ces résolutions peuvent s'avérer trop élevées. Par exemple pour une fréquence de 10MHz, les résolutions en azimut et en élévation sont au delà de 5°. C'est pourquoi un traitement d'écartométrie a été mis en œuvre. Il consiste à faire en sorte que plusieurs faisceaux se recoupent. A partir de la détection de la cible dans des faisceaux consécutifs on peut alors réduire la résolution. L'amélioration dépend donc de la direction visée (puisqu'elle définit la largeur des faisceaux) et du nombre de faisceaux formés. Un tel traitement permet généralement de réduire les résolutions angulaires à des valeurs comprises entre 1 et 3°.

FIG. 1.4 – Antenne biconique sur coucher de soleil.

1.2 L'ionosphère

Comme nous l'avons vu, l'utilisation d'un radar transhorizon nécessite une bonne connaissance de la propagation ionosphérique, et donc de l'ionosphère. Celle-ci se compose de plusieurs strates aux propriétés physiques différentes. Nous consacrons la partie suivante à la description de cette zone, plus particulièrement nous nous intéressons à la partie située entre 100 et $400km$ d'altitude. Nous la décrivons d'abord physiquement, puis nous abordons plus particulièrement la propagation ionosphérique et les modèles utilisables pour décrire cette dernière.

1.2.1 Description physique

Du fait d'une densité volumique de charges variable en fonction de l'altitude, l'ionosphère a été scindée en 4 régions distinctes nommées respectivement, de la plus basse à la plus haute : D, E, F_1 et F_2 [Dav89]. Ces couches subissent des variations diurnes (radiations solaires), saisonnières et géographiques. Chaque couche ionosphérique se voit attribuée une gamme d'altitudes et de densités électroniques. Dans la suite nous parlerons indépendamment de densité électronique ou de fréquence plasma puisque ces deux grandeurs sont liées par la relation :

$$f_p = \sqrt{\frac{N_e}{1.2410^{10}}} \tag{1.1}$$

où N_e est la densité électronique (el/m^3) et f_p la fréquence plasma (MHz). Les caractéristiques des couches ionosphériques se définissent comme suit :

Région D

La couche D est la région située entre 50 et 90 kilomètres d'altitude. Elle est très peu ionisée avec un maximum au midi local et des valeurs de densité électronique négligeables la nuit. La fréquence de collisions avec les atomes et les molécules neutres est importante si bien que cette couche est capable d'atténuer considérablement les ondes décamétriques lors de leur traversée du milieu ionosphérique (absorption).

Région E

La couche E est située entre 90 à 120 km d'altitude environ. Cette couche est sujette à deux types d'ionisation : pour des périodes de jour et en toutes saisons, elle présente des fréquences plasma comprises entre 3 et 5 MHz à des altitudes comprises entre 110 et 115 km ; L'ionisation résiduelle, pour les périodes de nuit, est très faible. Cette couche peut également présenter de très fortes densités électroniques se présentant sous la forme de bulles d'ionisation de taille et de densité très variable ou d'une fine couche d'étendue spatiale plus ou moins grande pouvant occulter l'ionisation supérieure : la couche E sporadique notée E_s. Cette couche E_s est capable de réfléchir des ondes électromagnétiques de fréquences allant jusqu'à 100 MHz.

Région F

La région F est la couche de l'ionosphère qui a l'influence la plus prépondérante sur les communications. Elle s'étend au delà de 140 km d'altitude avec un maximum de densité électronique situé entre 250 et 400 km. C'est la région de l'ionosphère la plus ionisée et qui exhibe les plus larges variations d'ionisation. Durant les mois d'été, elle se compose, pour des périodes de jour,

de deux couches qui ont pour noms F_1 et F_2 et d'une seule couche, nommée F, pour des périodes de nuit (recombinaison des couches F_1 et F_2 - figure 1.5) :

- la couche F_1 n'existe que pendant le jour et durant l'été. Elle est située entre 130 et 210 km d'altitude. Cette couche ne présente pas de maximum d'ionisation mais une inflexion du profil de densité électronique située entre 180 et 220 km qui tend à disparaître pour des périodes de nuit.

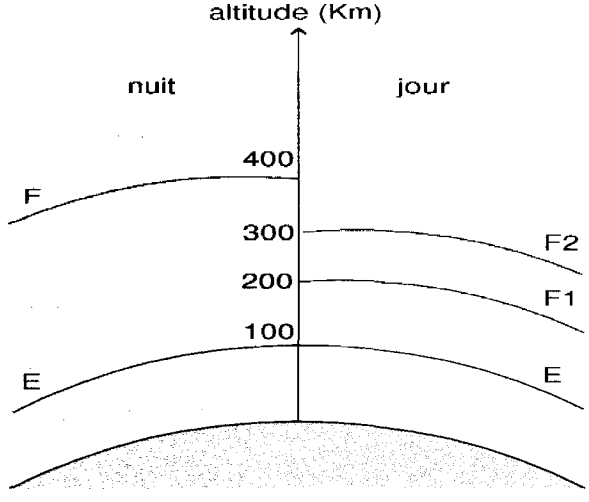

FIG. 1.5 – Comportement diurne des couches ionosphériques.

- la couche F_2 est située entre 250 et 500 Km d'altitude. L'ionisation y est élevée et sa densité électronique dépasse parfois $10^8 el/cm^3$. Cette ionisation diminue durant la nuit ($10^5 el/cm^3$) tout en restant suffisante pour assurer une communication par onde de ciel. L'ionisation passe par un maximum durant l'hiver ("winter anomaly") pour l'hémisphère Nord. Par sa densité électronique élevée, la couche F_2 permet des liaisons radio à très grande distance. La figure (1.6) démontre le comportement des couches ionosphériques pour une situation de jour et une situation de nuit.

1.2.2 Modélisation Multi-Quasi-Parabolique de l'ionosphère

Le principe de la modélisation MQP (Multi-Quasi-Parabolique) consiste à décrire l'ensemble des couches ionosphériques par des segments de quasi-paraboles. Cette modélisation [CH69] [Cea92] [Mea00] se trouve être largement employée du fait de sa simplicité de mise en œuvre (relativement parlant...) conjuguée à sa représentativité de la réalité. Cette modélisation permet de caractériser chaque couche ionosphérique par un triplet de paramètres physiques (f_c, h_b, h_m) où f_c est la fréquence critique de la couche ou fréquence du maximum d'ionisation. Cette notion de fréquence critique peut être apparentée à la fréquence de coupure d'un filtre. Une onde se propageant à incidence verticale dans l'ionosphère, sera réfléchie si sa fréquence est inférieure à la fréquence critique et traversera la couche ionosphérique dans le cas contraire. Les deux

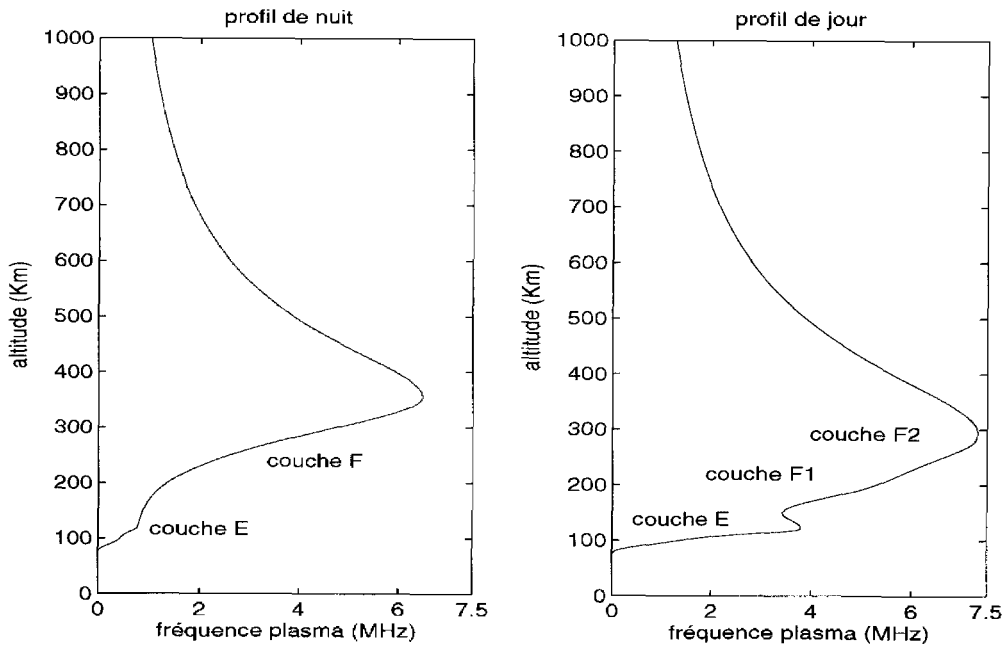

FIG. 1.6 – Profils de nuit et de jour (simulation modèle NeQuick)

autres paramètres sont des hauteurs : h_b est l'altitude de la base de la couche et h_m l'altitude maximum de la couche (altitude correspondant au maximum d'ionisation de la couche). Il est possible également d'introduire un quatrième paramètre physique qui est la demi-épaisseur de la couche, notée y_m, qui n'est autre que la différence d'altitude entre la hauteur du maximum d'ionisation et la base de la couche. Ainsi, pour une couche donnée, l'expression de la densité électronique modélisée par un segment de quasi-parabole (figure 1.7) se définit par :

$$N_e = \begin{cases} N_m \left(1 - \frac{(r-r_m)^2 r_b^2}{y_m^2 r^2}\right) & \text{pour } r_b < r < \frac{r_m r_b}{r_b - y_m}, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.2}$$

où r_b et r_m sont respectivement les distances radiales, par rapport au centre de la terre, de la base et du sommet de la couche. Pour un rayon terrestre de r_0, nous avons donc $r_b = r_0 + h_b$ et $r_m = r_0 + h_m$.
N_m représente la densité électronique du maximum d'ionisation. Elle est liée à la fréquence critique de la couche de la même façon que la fréquence plasma est liée à la densité électronique. Norman [Nor03] et Duke [Kap99] utilisent une autre formulation pour la densité électronique et réexpriment (1.2) sous la forme :

$$N_e = a - b\left(1 - \frac{r_m}{r}\right)^2 \tag{1.3}$$

$$a = N_m \tag{1.4}$$

$$b = N_m\left(\frac{r_b}{y_m}\right)^2 \tag{1.5}$$

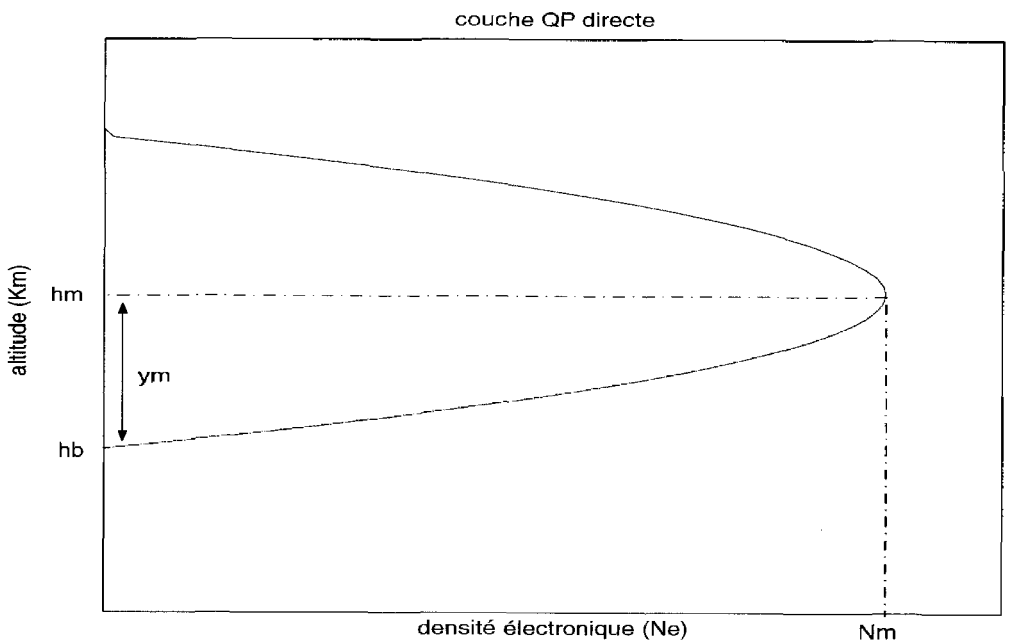

FIG. 1.7 – Couche QP directe

Pour assurer une continuité de la densité électronique, en fonction de l'altitude, on introduit des couches de liaison entre chaque couche QP directe (couche QP inversée - figure 1.8).

Dans le cadre de la modélisation de l'ionosphère par un ensemble de deux couches QP, destinées à modéliser les couches E et F par exemple, on introduit entre ces deux dernières une couche de liaison destinée à garantir la continuité de la densité électronique. Ainsi :

$$N_E = a_E - b_E\left(1 - \frac{r_E}{r}\right)^2 \text{ couche E} \tag{1.6}$$

$$N_j = a_j - b_j\left(1 - \frac{r_j}{r}\right)^2 \text{ couche de liaison} \tag{1.7}$$

$$N_F = a_F - b_F\left(1 - \frac{r_F}{r}\right)^2 \text{ couche F} \tag{1.8}$$

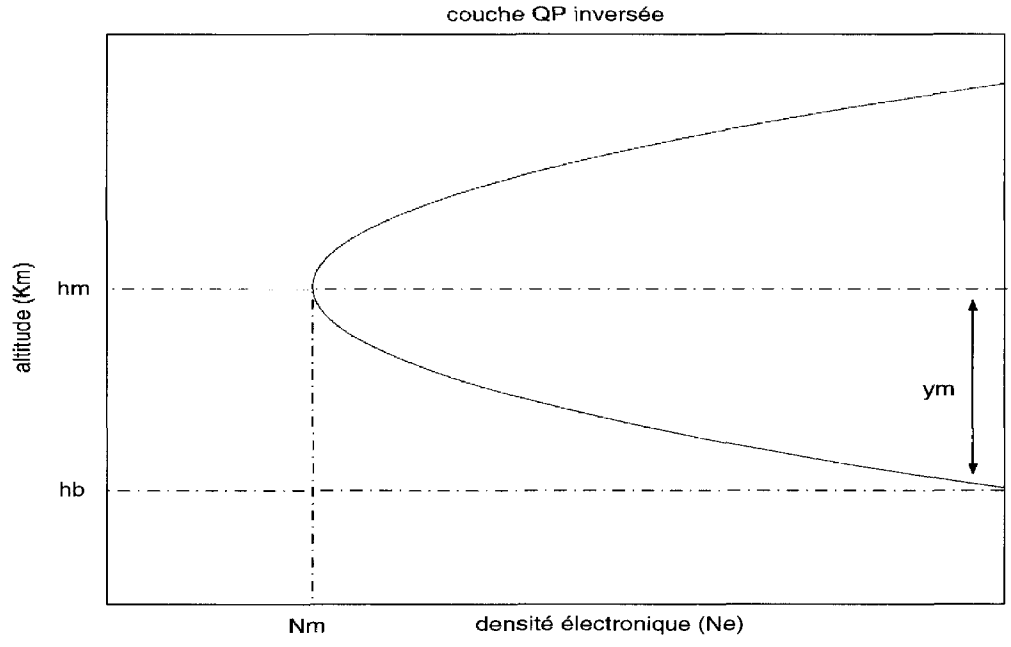

FIG. 1.8 – Couche QP inversée.

où a_E, a_F et a_j représentent respectivement les densités électroniques maximales des couches E, F et de la couche de liaison ; r_E, r_F et r_j représentent les distances radiales des maximums d'ionisation des couches E, F et de la couche de liaison. Afin de définir les paramètres a_j, b_j et r_j de la couche de liaison, on écrit les équations de continuité de la densité électronique et de ses dérivées partielles qui permettent d'aboutir à la formulation :

$$a_j = a_E \tag{1.9}$$

$$b_j = r_F b_F \frac{1 - \frac{r_E}{r_j}}{r_E \left(1 - \frac{r_E}{r_j}\right)} \tag{1.10}$$

$$r_c = \frac{r_F b_F \left(\frac{r_F}{r_E} - 1\right)}{a_F - a_E + b_F \left(\frac{r_F}{r_E} - 1\right)} \tag{1.11}$$

Le paramètre r_c définit la distance radiale de jonction de la couche de liaison avec la couche F. Pour résumer la procédure de modélisation MQP (figure 1.9), on se donne un nombre de couches QP avec, entre chacune d'entre elles, l'introduction d'une couche de liaison destinée à garantir une continuité de la densité électronique et de ses dérivées premières en fonction de l'altitude.

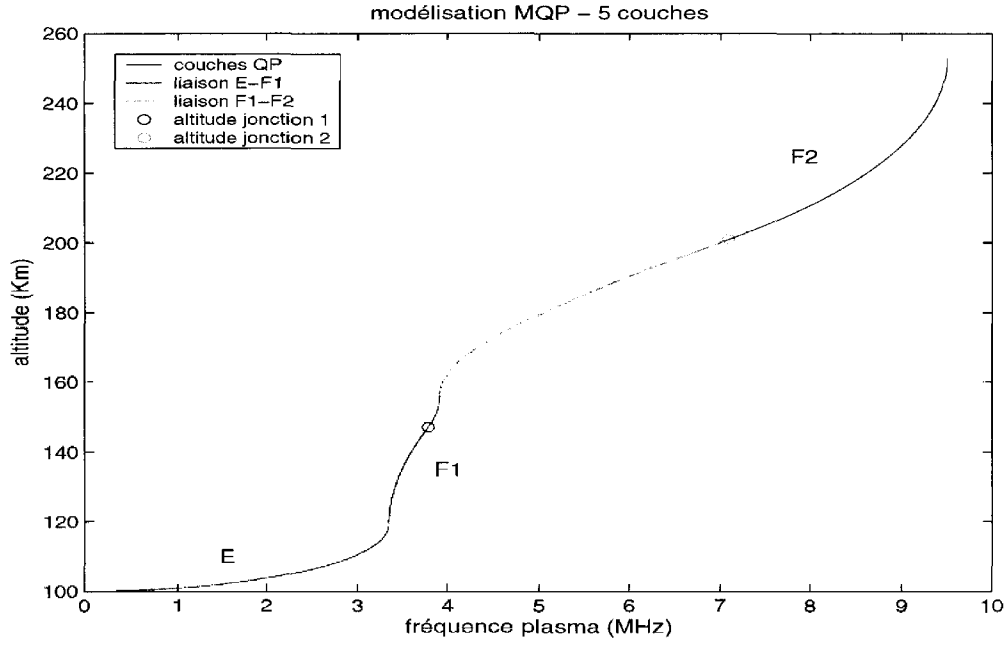

FIG. 1.9 – Modélisation MQP 5 couches.

1.2.3 La propagation HF

La géométrie du calcul des rayons en deux dimensions est exposée sur la figure (1.10). Les hypothèses émises pour le calcul des rayons sont les suivantes :

- les collisions sont négligées et l'ionosphère est supposée isotrope,
- l'ionosphère est supposée homogène sur son ensemble et à symétrie sphérique par rapport au centre de la terre.

La relation entre les éléments différentiels de la trajectoire s'exprime par :

$$\tan\beta = \frac{dr}{rd\theta} \tag{1.12}$$

où β est l'angle pris entre la tangente au sol et la distance radiale courante r d'un point du rayon. L'angle θ est l'angle géocentrique. L'équation (1.12) couplée à la loi de Bouguer, qui n'est autre qu'une généralisation de la loi de Snell-Descartes pour un milieu stratifié sphériquement, permet d'exprimer les éléments différentiels de l'angle géocentrique par :

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{r_0 \cos\beta_0}{r\sqrt{n^2(r)r^2 - r_0^2\cos^2\beta_0}} \tag{1.13}$$

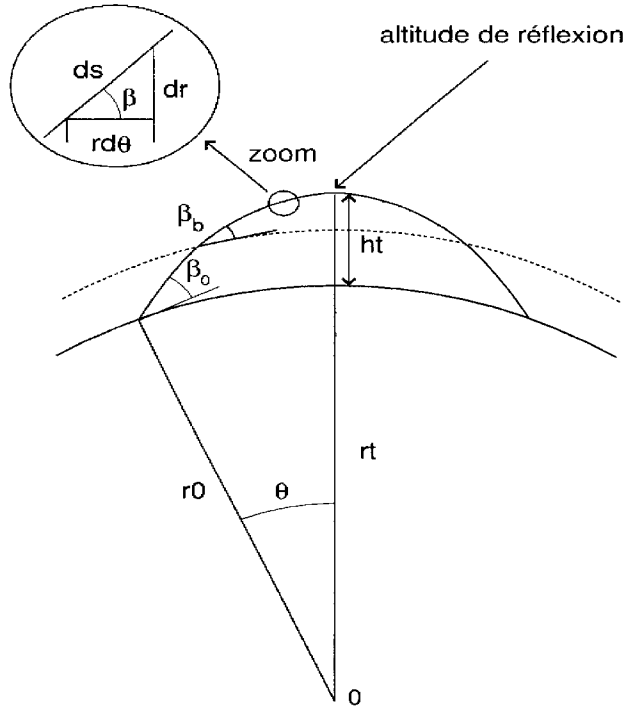

FIG. 1.10 – Géométrie du calcul des rayons en 2 dimensions.

avec r_0 le rayon terrestre, β_0 l'angle d'élévation initial et n l'indice de réfraction découlant de la formule d'Appleton Artree sous des hypothèses d'isotropie de l'ionosphère :

$$n^2(r) = 1 - \frac{f_p^2(r)}{f^2} \tag{1.14}$$

Le calcul de l'angle géocentrique θ au cours de la propagation de l'onde dans l'ionosphère s'exprime ainsi suivant :

$$\theta = \int_{r_0}^{r} \frac{r_0 \cos\beta_0 dr}{r\sqrt{n^2(r)r^2 - r_0^2 \cos{\beta_0}^2}} \tag{1.15}$$

Cet angle θ permet ensuite de déterminer les distances de groupe et au sol.
Nous remarquons que son calcul passe par la détermination de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude. Celui-ci est lié la densité électronique du milieu. Nous pouvons ainsi voir l'intérêt de la modélisation MQP qui nous donne une expression analytique de cette ionisation.

1.2.4 Quelques modèles de propagation

1.2.4.1 Modèle de propagation utilisant le modèle ionosphérique MQP

Nous présentons dans ce qui suit l'utilisation de la modélisation MQP pour le calcul de la trajectoire des rayons. Cette modélisation possède l'avantage de rendre analytiques les équations du tracé de rayons et par conséquent, leur confère une très grande précision et nous permet d'envisager une utilisation au sein d'algorithmes de pistage.

La couche D ne provoquant *que* l'atténuation des ondes électromagnétiques, et non leur réflexion, il est coutumier de modéliser l'ionosphère par un ensemble de 5 couches QP pour une période de jour (couches E, F_1, F_2 + 2 couches de liaisons) et 3 couches QP pour une période de nuit (couches E, F + 1 couche de liaison).
L'expression de l'indice de réfraction dans la i^{eme} couche QP, de paramètres (f_{ci}, r_{bi}, r_{mi}) est donnée par [Hil79] :

$$n^2(r) = 1 - \frac{1}{f^2}\left[a_i - b_i\left(1 - \frac{r_{mi}}{r}\right)^2\right] \quad \text{pour} \quad r_{b,i} < r < \frac{r_{mi}r_{bi}}{r_{bi} - y_{mi}} \tag{1.16}$$

avec $a_i = N_{mi}$ et $b_i = N_{mi}\left(\frac{r_{bi}}{y_{mi}}\right)^2$. L'équation (1.16) injectée dans l'équation (1.15) aboutit à :

$$\theta = r_0 \cos\beta_0 \left(\int_{r_0}^{r_{b_1}} \frac{dr}{r\sqrt{r^2 - r_0^2\cos\beta_0{}^2}} + \sum_{i=1}^{m}\left(\int_{r_{bi}}^{r_{mi}} \frac{dr}{r\sqrt{A_i r^2 + B_i r + C_i}}\right)\right) \tag{1.17}$$

La première intégrale correspond à la propagation de l'onde jusqu'à la première couche de l'ionosphère. L'indice de réfraction sur ce trajet vaut alors 1. Cette intégrale se calcule aisément, aussi nous n'en parlerons pas plus.
Les paramètres (A_i, B_i, C_i) sont déterminés à partir des conditions initiales du tracé de rayon (f, β_0) et des paramètres des couches QP :

$$A_i = 1 - \frac{f_{ci}^2}{f^2} + \left(\frac{r_{bi}f_{ci}}{fy_{mi}}\right)^2 \tag{1.18}$$

$$B_i = -2r_{mi}\left(\frac{r_{bi}f_{ci}}{fy_{mi}}\right)^2 \tag{1.19}$$

$$C_i = \left(\frac{r_{bi}r_{mi}f_{ci}}{fy_{mi}}\right)^2 - r_0^2\cos^2\beta_0 \tag{1.20}$$

Les solutions de la seconde intégrale dépendent de la valeur de C_i et s'expriment ainsi :

$$I_i = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{C_i}} \ln\left[\frac{2\sqrt{C_i Q_i}+B_i r+2C_i}{r}\right] & \text{pour } C_i > 0, \\ \frac{1}{\sqrt{-C_i}} \sin^{-1} \frac{B_i r+2C_i}{|r|\sqrt{Q_i}} & \text{pour } C_i < 0 \end{cases} \tag{1.21}$$

où $Q_i = B_i^2 - 4A_iC_i$.
La réflexion a lieu sur la couche i_t si $Q_{i_t} \leq 0$. Sinon l'onde traverse toute la couche. La distance radiale de réflexion ($r_t = r_0 + h_t$) dans la couche s'écrit donc :

$$r_t = -\frac{B_{i_t} + \sqrt{B_{i_t}^2 - 4A_{i_t}C_{i_t}}}{2A_{i_t}} \tag{1.22}$$

Lorsque survient la réflexion dans une couche i_t, le tracé de rayon se termine et les couches ionosphériques supérieures ne sont pas impliquées dans la propagation du rayon. L'ionosphère étant supposée à symétrie sphérique, le trajet descendant est le symétrique du trajet montant par rapport à la distance radiale de réflexion.

A partir de l'angle géocentrique nous pouvons déterminer le distance au sol, puisque $d_s = r_0\theta$.

Comme la variation de l'abscisse curviligne est $ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2$ (figure 1.10), et sachant que $dd_g = \frac{ds}{n(r)}$, la distance de groupe se calcule de la façon suivante :

$$d_g = \int_{r_0}^{r_{b_1}} \frac{rdr}{r^2 - r_0^2 \cos\beta_0{}^2} + \sum_{i=1}^{m} \left(\int_{r_{bi}}^{r_{mi}} \frac{rdr}{\sqrt{A_i r^2 + B_i r + C_i}} \right) \tag{1.23}$$

Les solutions de la seconde intégrale de l'équation (1.23) dépendent cette fois de A_i :

$$I_i' = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{A_i}} \ln\left[2\sqrt{A_i Q_i} + 2A_i r + B_i\right] & \text{pour } A_i > 0, \\ \frac{-1}{\sqrt{-A_i}} \sin^{-1} \frac{2A_i r+B_i}{\sqrt{Q_i}} & \text{pour } A_i < 0 \end{cases} \tag{1.24}$$

Nous venons de voir que la modélisation MQP nous donne une relation analytique liant les distances (de groupe et au sol) et l'angle d'élévation. Les figures 1.11 et 1.12 donnent un exemple de tracé de ces distances en fonction de l'angle d'élévation.

Cependant, il n'existe pas de relation liant directement les deux distances. De plus, les systèmes transhorizons actuels, à l'exception de Nostradamus, ne mesurent pas l'angle d'élévation. Le radar Nostradamus, quant à lui, le mesure mais avec une faible précision. C'est pourquoi d'autres modèles de propagation ont été utilisés. Ces modèles souvent géométriques ont pour caractéristique de donner une relation non paramétrée par l'angle d'élévation entre la distance au sol et la distance de groupe.

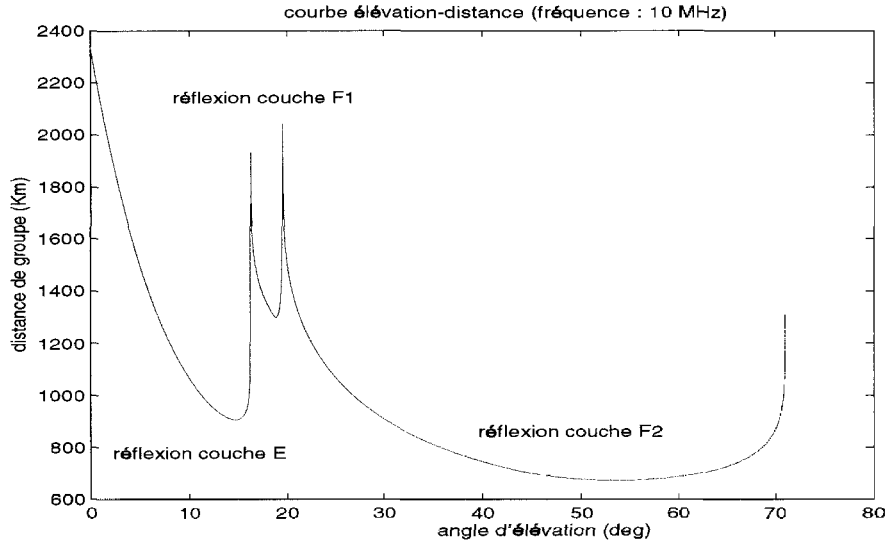

FIG. 1.11 – Courbe angle d'élévation - distance de groupe avec une modélisation MQP

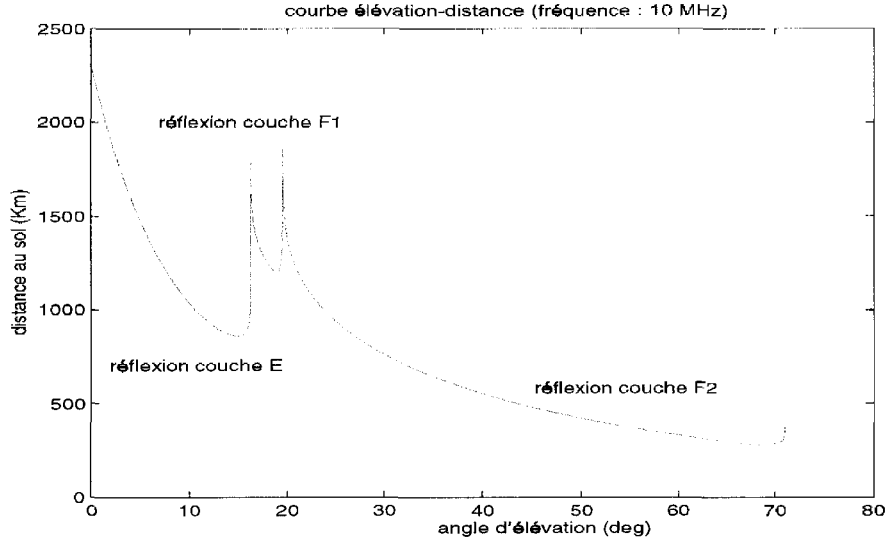

FIG. 1.12 – Courbe angle d'élévation - distance au sol avec une modélisation MQP

1.2.4.2 Modèle de propagation basé sur le théorème de Martyn

L'approche proposée par D.E. Martyn en 1935 dans [Mar35] est géométrique. Ce théorème reste très utilisé de nos jours, pour sa bonne représentativité et sa simplicité de mise en œuvre. On suppose que l'indice de réfraction $n = 1$ et que le trajet de l'onde est symétrique. On obtient alors le trajet donné figure 1.13.

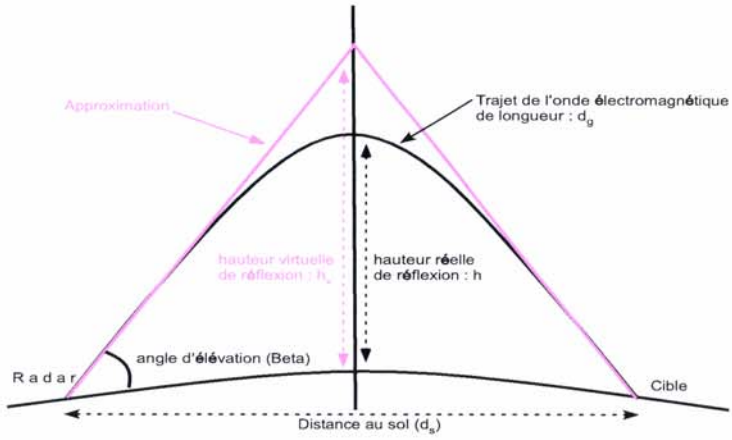

FIG. 1.13 – Schéma de la trajectoire de l'onde sous les hypothèses du théorème de Martyn.

Fonction $d_g = f(d_s)$ paramétrée par l'angle d'élévation

$$d_g = 2R_0 \frac{sin(\frac{d_s}{2R_0})}{cos(\frac{d_s}{2R_0} + \beta)} \tag{1.25}$$

Fonction $d_g = f(d_s)$ paramétrée par la hauteur de réflexion

$$d_g = 2\sqrt{(R_0 + h_v)^2 + R_0^2 - 2(R_0 + h_v)R_0 \cos\frac{d_s}{2R_0}} \tag{1.26}$$

dg : distance de groupe
ds : distance au sol
β : angle d'élévation de l'OEM
h_v : hauteur virtuelle de réflexion
R_0 : rayon de la terre

1.2.4.3 Variante du théorème de Martyn utilisant la couche de réflexion

Une autre approximation géométrique utilisée par [Pul04] peut être considérée comme une variante du théorème de Martyn. Nous avons vu dans la partie précédente que nous avions soit besoin de l'angle d'élévation soit de la hauteur virtuelle de réflexion. En supposant que dans chaque couche ionosphérique, l'onde se réfléchit toujours à la même hauteur (figure 1.14) nous n'avons alors *plus qu'à* connaître la couche de réflexion et à utiliser l'équation 1.26 du théorème de Martyn en remplaçant h par la hauteur de réflexion dans la couche, alors appelée hauteur virtuelle de la couche.

1.2.4.4 Modèle de propagation basé sur une approximation du modèle MQP

Les deux approches précédentes restent géométriques, et nous verrons dans le paragraphe suivant qu'elles ont des domaines de validité. Nous avons alors cherché une approximation la plus

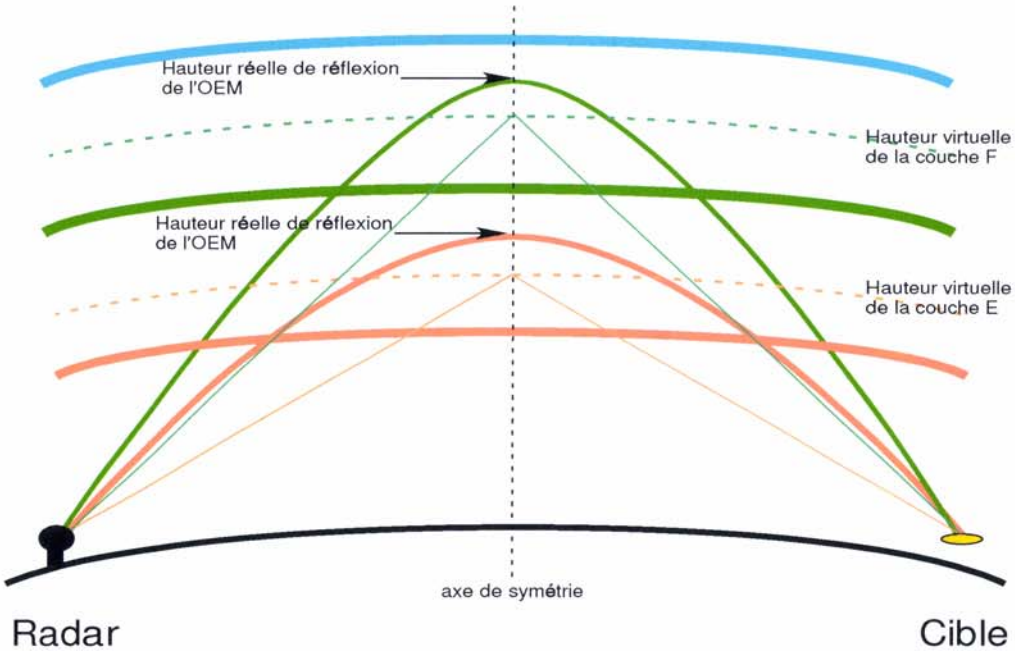

FIG. 1.14 – Schéma de la variante de l'approximation de Martyn.

précise possible, ne mettant pas en jeu l'angle d'élévation. Cette approximation, que nous avons utilisée dans [BMF04] est basée sur le modèle MQP.
Elle repose sur la remarque suivante : pour chaque couche de réflexion il est possible de trouver un polynôme approchant la fonction $d_g = f(d_s)$.

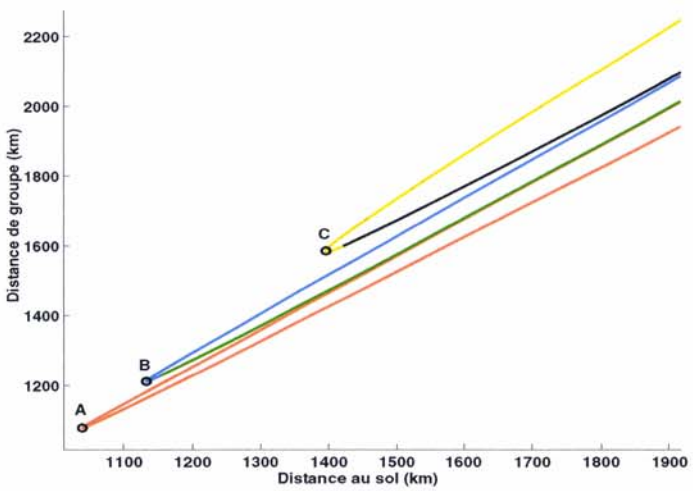

FIG. 1.15 – Distance de groupe en fonction de la distance au sol calculée avec le modèle MQP.

Modèle de propagation	valeurs requises pour le calcul de la distance de groupe
MQP	angle d'élévation paramètres du modèle MQP fréquence du radar
Martyn	angle d'élévation distance au sol ou hauteur virtuelle de réflexion distance au sol
Variante de Martyn	couche de réflexion hauteur virtuelle de chaque couche distance au sol
Approximation du modèle MQP	couche de réflexion paramètres du modèle MQP distance au sol

TAB. 1.1 – Valeurs nécessaires au calcul de la propagation en fonction des modèles utilisés.

La figure 1.15 représente un tracé de la distance de groupe fonction de la distance au sol, paramétrée par l'angle d'élévation, en utilisant le modèle MQP. Chaque couleur représente une couche. On remarque que si l'on connaît les points A, B et C les courbes peuvent être approchées par des polynômes. Nous aurons alors deux polynômes caractérisant chaque couche.
Les points A, B, C se calculent en utilisant les paramètres du modèle MQP. Pour chaque couche, il faut trouver l'angle d'élévation β_f tel que $\frac{\partial d_s}{\partial \beta}(\beta_f) = 0$.
Le calcul des polynômes peut se faire par minimisation de l'erreur quadratique, en utilisant les polynômes de Lagrange.

1.2.4.5 Comparaison des différents modèles de propagation

Il est admis que de ces 4 modèles de propagation, celui basé sur la modélisation MQP est le plus représentatif. Toutefois, en fonction des circonstances (disponibilité ou non de certaines mesures, temps de calcul...), chaque modèle peut trouver des applications. Le tableau 1.1 résume des grandeurs requises pour l'utilisation de chaque modèle de propagation.

Sur la figure 1.16, si l'on prend le modèle MQP comme référence, on remarque que la validité des trois autres approximations varie en fonction de la distance : l'approche d'une transition entre deux couches de réflexion dégrade les performances de celles-ci. Ainsi tant que la réflexion s'effectue loin d'une de ces transitions, les approximations sont correctes, mais dès qu'elles s'en approchent, les différences deviennent importantes (au-delà de 100 km).
On remarque de plus que l'approximation du modèle MQP donne le plus souvent les valeurs les plus proches du modèle MQP.

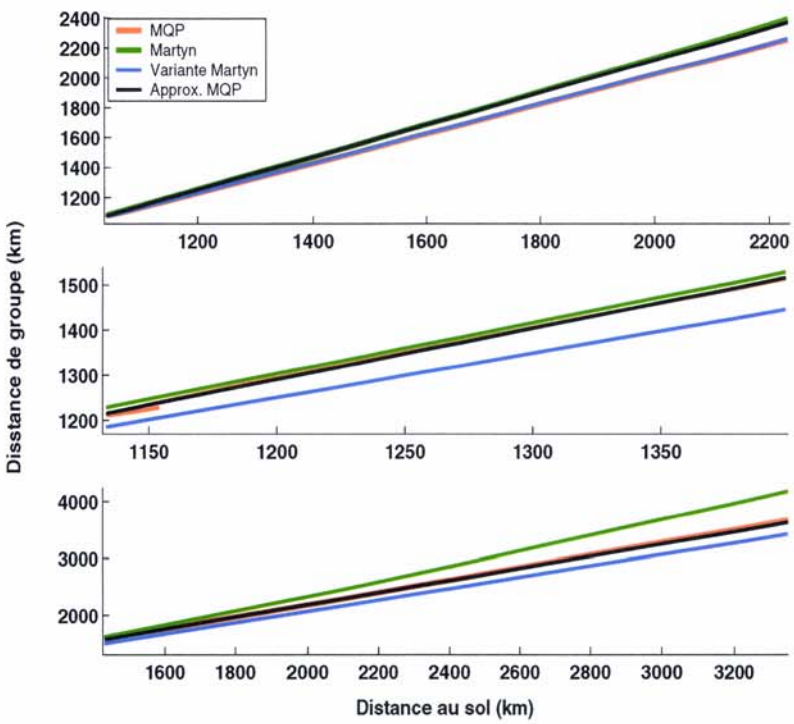

FIG. 1.16 – Exemple d'un calcul de la distance de groupe en fonction de la distance au sol pour les différents modèles de propagation (de haut en bas : couche E, $F1$, $F2$)

1.3 Problématique

Maintenant que nous avons vu le principe de fonctionnement des radars transhorizons en général, et de Nostradamus en particulier, que nous avons décrit les effets de l'ionosphère et présenté des modélisations de la propagation, nous pouvons établir les bases du pistage. On appelle pistage le fait d'estimer et de prédire la position de la cible.

Le pistage peut être de deux types :

- estimation/prédiction des mesures radar (distance de groupe, vitesse radiale, azimut et vitesse azimutale). On parle alors de *pistage en coordonnées radar*.
- estimation/prédiction de la position terrestre de la cible (distance au sol par rapport au radar, vitesse au sol, azimut, vitesse azimutale). Nous parlerons dans ce cas de *pistage en coordonnées terrestres*.

Le but de Nostradamus est de réaliser un pistage terrestre de la cible. Cependant, comme le laisse supposer les deux parties précédentes, cette tâche se heurte à plusieurs points durs.

1.3.1 Présence de multitrajets

L'ouverture du lobe d'émission en élévation étant importante (comprise entre 1° et 3°, même après écartométrie), la probabilité que des ondes électromagnétiques passant par des chemins différents se réfléchissent sur la cible est grande. Un schéma explicatif est donné sur la figure 1.17. Nous sommes donc dans un contexte où la présence de multitrajets est courante.

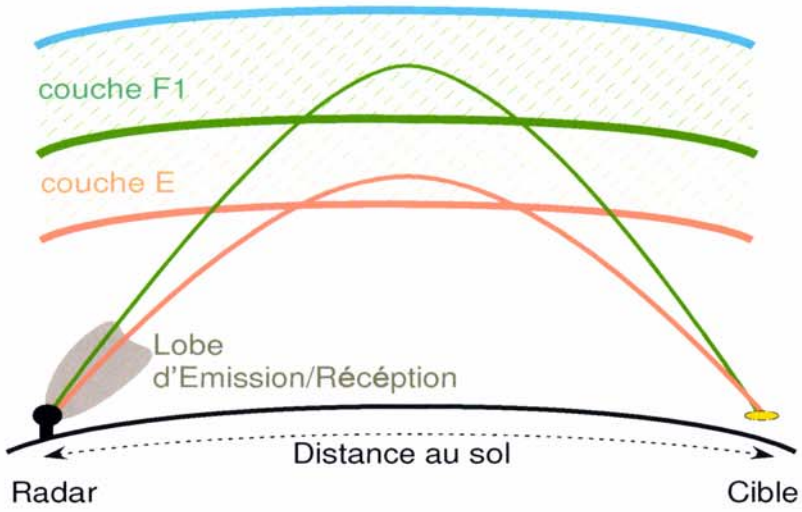

FIG. 1.17 – Explication de la présence de multitrajets

Ces possibles multitrajets compliquent la détermination du nombre de cibles à pister, ainsi que le pistage en lui même puisqu'on ne sait pas quelles mesures proviennent de quelles cibles.

1.3.2 Localisation terrestre de la cible

Le passage de l'onde par l'ionosphère rend difficile le pistage en coordonnées terrestres. En effet, jusqu'ici les modèles de propagation employés dans les algorithmes de pistages étaient géométriques. Or comme on le constate en analysant la figure 1.16, ces modèles n'associent pas la même distance au sol aux différents trajets que peut générer une cible.

La figure 1.18 illustre les deux problèmes précédents.

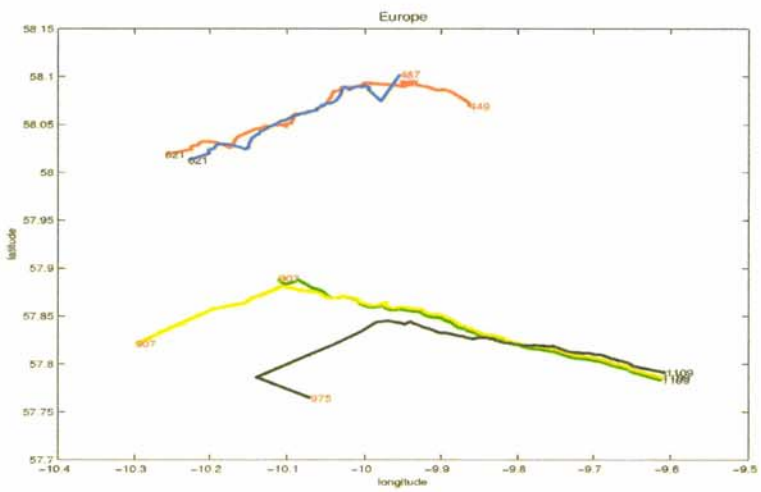

FIG. 1.18 – Exemple de pistage réalisé avec le théorème de Martyn.

Le théorème de Martyn a été utilisé pour obtenir cette figure. Cinq cibles ont été détectées et pistées. En réalité seules deux étaient présentes. La première a généré trois trajets et la seconde deux. Les distances au sol estimées par le théorème de Martyn sont si distinctes que l'algorithme s'est comporté comme si cinq cibles évoluaient dans la zone.

Nous nous sommes donc demandés si le modèle MQP pouvait avoir un apport dans le cadre du pistage avec un radar transhorizon. Le fait que les calculs nécessaires à cette modélisation soient plus complexes (en particulier à cause de la non-linéarité des équations), que les paramètres ne soient connus qu'au travers d'estimations, et que la résolution de la mesure de l'angle d'élévation soit mauvaise rend la réponse peu évidente.
Ainsi dans la suite du document nous développons plusieurs méthodes centrées sur l'utilisation de ce modèle et nous les comparons aux méthodes bâties sur les modèles *géométriques*. Ces dernières font souvent appel à des algorithmes d'association de données, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

État de l'art : présentation des méthodes d'Association de Données applicables aux radars Transhorizons

2.1 Introduction

Depuis les premières publications concernant les algorithmes de pistage applicables à un radar transhorizon, datant des années 1990 [PE94], et jusqu'à aujourd'hui [Pul04], les modèles de propagation envisagés sont basés sur l'estimation de la couche de réflexion des ondes électromagnétiques. En effet, les radars transhorizons, autres que le radar Nostradamus, ne mesurant pas l'angle d'élévation, cette information a été remplacée par la connaissance de la couche de réflexion. Or il n'existe à ce jour aucun moyen de savoir par pistage sur quelle couche l'onde s'est réfléchie. Les études se sont donc concentrées sur les moyens de déduire cette information connaissant les mesures : c'est ainsi que les publications concernant l'application d'algorithmes de pistage aux radars transhorizons sont majoritairement centrées sur des algorithmes d'association de données, permettant d'associer à chaque mesure sa couche de réflexion.
Dans ce chapitre nous présentons quatre algorithmes : l'Expectation Maximisation Data Association (EMDA) [PL97], le Multiple Simultaneous Measurements Filter (MSMF) [PE96], le Monte Carlo Data Association (MCDA) et une variante l'Iterated Conditional Mode Data Association (ICMDA) [BD00]. Ceux-ci ont d'abord été publiés dans un contexte linéaire, puis certains ont été adaptés par leurs auteurs au cas non-linéaire.
Afin de bien en comprendre les mécanismes nous commençons par poser le problème dans le cadre linéaire. Nous discuterons de l'adaptation au cas non-linéaire dans le chapitre suivant.
Dans toute la suite du document, nous n'appelons plus les couches par leur nom, mais nous leur attribuons des numéros. Suivant les algorithmes, ces numéros peuvent aller de 1 à 5 s'ils considèrent les couches usuelles (E, F_1, F_2 et les deux couches de liaison), ou de 1 à 10 s'ils séparent les couches en 2 sous-couches... Les algorithmes suivant ne sont pas limités en nombre de couches tant qu'il est possible de définir un modèle mathématique pour décrire chacune d'elles.

2.2 Mise en équations dans le cas de modèles linéaires

Nous donnons dans cette partie les équations générales nécessaires au pistage radar. Nous y ferons référence par la suite. Les publications initiales des algorithmes d'association de données appliqués au pistage radar transhorizon envisagent des modèles linéaires. C'est ainsi que nous les présentons dans ce chapitre.
Les modifications inhérentes à la non-linéarité de l'équation de mesure sont présentées dans le chapitre suivant.

2.2.1 Définition des vecteurs nécessaires

A l'instant k, le vecteur x_k représente l'état de la cible en coordonnées terrestres. Il se compose donc de la distance au sol (d_s), la vitesse au sol (v_s), l'azimut (A) et la vitesse azimutale ($\dot{A}$).

Nous appelons Mt_k le nombre de trajets détectés par le radar.
Le vecteur $y_{k,i}$ désigne le vecteur de mesure du i^{eme} trajet. Il se compose de la distance de groupe (d_g), de la vitesse de groupe (v_g) et de l'azimut (A) .
$Y_k = \{y_{k,i}\}_{i=1}^{Mt_k}$ représente l'ensemble des mesures détectées.

Pour chaque instant k nous définissons aussi un vecteur d'*hypothèse d'associations* nommé ψ_k, associant à chaque mesure une couche de réflexion. Si le nombre de couches de réflexion potentielles est noté C , le nombre d'hypothèses possibles est donné par

$$N_k = \frac{C!Mt_k!}{Mt_k!(C - Mt_k)!} \tag{2.1}$$

nombre de façons de choisir Mt_k valeurs parmi C.
Pour la n^{ieme} hypothèse nous avons

$$\psi_{k,n} = \begin{bmatrix} c_{1_{k,n}} & c_{2_{k,n}} & \dots & c_{Mt_{k,n}} \end{bmatrix}^T$$

où $c_{i_{k,n}}$ est une couche de réflexion et $c_{i_{k,n}} \neq c_{j_{k,n}}, \forall\{i,j\}$.

Par exemple, si à l'instant k nous supposons que 3 couches de réflexions sont possibles ($C = 3$) et que nous avons 2 mesures ($Mt_k = 2$), 6 hypothèses sont à envisager ($N_k = 6$) :

$$\begin{aligned} Y_k &= \{y_{k,1}, y_{k,2}\} \\ \psi_{k,1} &= [1 \;\; 2]^T \\ \psi_{k,2} &= [1 \;\; 3]^T \\ \psi_{k,3} &= [2 \;\; 1]^T \\ \psi_{k,4} &= [2 \;\; 3]^T \\ \psi_{k,5} &= [3 \;\; 1]^T \\ \psi_{k,6} &= [3 \;\; 2]^T \end{aligned}$$

où $\psi_{k,5}$ signifie que l'on suppose que la mesure 1 $y_{k,1}$ s'est réfléchie sur la couche 3 et la mesure 2 $y_{k,2}$ sur la couche 1.
Afin de ne pas alourdir l'écriture la double indexation des vecteurs ne sera utilisée que lorsqu'elle est nécessaire ($\psi_{k,n} \longrightarrow \psi_k$).

Nous supposons que nous disposons de K instants d'observations, on note alors $\mathbb{Y}_K = \{Y_1, Y_2, ...Y_k..., Y_K\}$, $\mathbb{X}_K = \{x_1, x_2, ...x_k..., x_K\}$ et $\Psi_K = \{\psi_1, \psi_2, ...\psi_k..., \psi_K\}$.

2.2.2 Équation d'évolution

Cette équation est utilisée dans le reste du document. Le mouvement de la cible étant supposé Rectiligne Uniforme (MRU) nous pouvons mettre l'équation d'évolution sous la forme :

$$x_{k\,|\,1} = F_k x_k + v(k) \tag{2.2}$$

$v(k)$ est appelé bruit de modèle, supposé blanc et gaussien de matrice de covariance $Q(k)$.
$F_k \epsilon \Re^{n_x \times n_x}$ est appelée matrice d'évolution.

2.2.3 Équation de mesure

L'équation de mesure, liant la mesure à l'état, dépend du modèle de propagation considéré. Dans le cas des algorithmes envisagés dans la littérature, les radars transhorizons ne mesurant pas l'angle d'élévation, le modèle de propagation dépend de la couche de réflexion. Si pour des raisons de simplicité nous supposons ces modèles linéaires nous avons, pour le i^{eme} trajet l'équation suivante :

$$y_{k,i} = \begin{cases} H_1 x_k + w_1(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 1} \\ H_2 x_k + w_2(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 2} \\ \vdots & \vdots \\ H_c x_k + w_c(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche c} \\ \vdots & \vdots \\ H_C x_k + w_C(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche C} \end{cases} \tag{2.3}$$

$w(k)$ est appelé bruit de mesure, supposé blanc et gaussien de matrice de covariance $R(k)$.
$H_c \epsilon \Re^{n_y \times n_y}$ est appelée matrice de mesure du c^{ieme} modèle.

2.3 Algorithme EMDA

L'algorithme EMDA [PL97] (Expectation Maximisation Data Association) est utilisé pour réaliser une association de données entre les mesures radar et les couches de réflexions, au moyen d'un algorithme EM [DLR77]. Cet algorithme récursif permet des réaliser des estimations au sens du Maximum de Vraisemblance. Une fois l'association réalisée, un filtre de Kalman est utilisé pour estimer la position au sol de la cible. La finalité de l'EMDA est donc :
l'estimation de la séquence des états de la cible $\mathbb{X}_K = \{x_1, x_2, ...x_k..., x_K\}$ *connaissant les mesures* $\mathbb{Y}_K$.

2.3.1 Application de l'algorithme EM au problème de l'association de données

Le problème d'association de données (mesure/couche) peut être exprimé de la façon suivante.

Problème 1 *Déterminer la séquence des hypothèses d'associations* $\Psi_K = \{\psi_1, ..., \psi_K\}$ *qui maximise la Vraisemblance* $p(\mathbb{Y}_K|\Psi_K)$.

De façon équivalente, nous pouvons rechercher la séquence Ψ_K qui maximise la densité de probabilité jointe $p(\Psi_K, \mathbb{Y}_K)$.
L'algorithme EM peut donc être utilisé. En employant la terminologie propre à cet algorithme, la séquence des états de la cible ($\mathbb{X}_K$) est appelée séquence des données manquantes. La séquence des mesures ($\mathbb{Y}_K$) est appelée séquence des données observées incomplètes et le vecteur d'association (Ψ_K) est le vecteur des paramètres. L'application de l'algorithme EM à ce problème revient à itérer sur p :

$$\hat{\Psi}_K^{p+1} = \arg\max_{\Psi_K} \mathcal{Q}(\Psi, \hat{\Psi}_K^p) \tag{2.4}$$

où

$$\mathcal{Q}(\Psi, \hat{\Psi}_K^{(p)}) = E_{[\mathbb{X}]}\{\ln(p(\mathbb{X}_K, \mathbb{Y}_K, \Psi_K))|\mathbb{Y}_K, \hat{\Psi}_K^p\}$$

Nous pouvons ré-exprimer la densité comme suit :

$$p(\mathbb{X}_K, \mathbb{Y}_K, \Psi_K) = p(x_0, Y_0, \psi_0) \prod_{k=1}^{K} p(x_k, Y_k, \psi_k|\mathbb{X}_{k-1}, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1})$$

Or

$$p(x_k, Y_k, \psi_k|\mathbb{X}_{k-1}, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1}) = p(Y_k|\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_k)p(x_k|\mathbb{X}_{k-1}, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_k)p(\psi_k|\mathbb{X}_{k-1}, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1})$$

A l'instant k
- x_k ne dépend que de x_{k-1},
- on suppose que la couche de réflexion à un instant donné ne dépend pas de celle à l'instant précédent. Elle ne dépend alors pas des mesures et des états précédents,
- la mesure ne dépend que de l'état de la cible et de la couche de réflexion.

$$p(x_k, Y_k, \psi_k | \mathbb{X}_{k-1}, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1}) = p(Y_k | \mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_k) p(x_k | x_{k-1}) p(\psi_k)$$

Les termes indépendants du vecteur ψ n'affectant pas la maximisation, nous pouvons ré-écrire 2.4 :

$$\hat{\Psi}_K^{p+1} = \arg\max_{\Psi_K} E_{[\mathbb{X}]}\{\sum_{k=0}^{K} \ln(p(Y_k | x_k \psi_k)) + \ln(p(\psi_k)) | \mathbb{Y}_K, \hat{\Psi}_K^p\}$$

L'étape de Maximisation (M) de l'EM peut être menée indépendamment pour chaque k une fois l'étape du calcul de l'Espérance (E) réalisée.

2.3.2 Calcul de l'Espérance : détails de l'étape E

• $E_{[\mathbb{X}]}\{\ln p(\psi_k) | \mathbb{Y}_K, \Psi_K^p\}$

$$E_{[\mathbb{X}]}\{\ln p(\psi_k) | \mathbb{Y}_K, \Psi_K^p\} = \ln p(\psi_k)$$

• $E_{[\mathbb{X}]}\{\sum_{k=0}^{K} \ln(p(Y_k | x_k \psi_k)) | \mathbb{Y}_K, \Psi_K^p\}$

Après la p^{ieme} itération de l'EM, et à l'instant k, pour un vecteur $\psi_{k,n}$ donné, puisque toutes les couches de réflexion sont supposées connues, nous pouvons appliquer aux données un filtre de Kalman. Celui-ci nous permet d'estimer l'état et la mesure au temps k.
Nous avons alors pour la n^{ieme} hypothèse (vecteur $\psi_{k,n}$) :

$$\begin{cases} \hat{x}_k^p &= E_{[\mathbb{X}]}\{x_k | \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1}^p, \psi_{k,n}\} \\ \hat{Y}_k^p &= E_{[\mathbb{X}]}\{Y_k | \mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_{k-1}^p, \psi_{k,n}\} \end{cases} \tag{2.5}$$

Remarque : la première équation du système précédent est en fait indépendante de $\psi_{k,n}$.

Les trajets étant supposés indépendants entre eux nous avons

$$p(Y_k | x_k, \psi_{k,n}) = \prod_{i=1}^{Mt_k} p(y_{k,i} | x_k, \psi_{k,n}(i))$$

d'après (2.3) et (2.5)

$$p(y_{k,i} | x_k, \psi_{k,n}(i)) = \mathcal{N}\left(H_{\psi_{k,n}(i)} x_k, R_k(\psi_{k,n}(i))\right)$$

ce qui donne (en enlevant certains indices temporels pour alléger l'écriture)

$$p(y_i | x_k, \psi_{k,n}(i)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^3 \sqrt{\det(R)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(y_i - H_{\psi_{k,n}(i)} x_k)^T R^{-1} (y_i - H_{\psi_{k,n}(i)} x_k)\right]$$

le logarithme de l'expression précédente nous donne

$$\ln p(y_i|x_k, \psi_{k,n}(i)) = -\ln\left[\sqrt{2\pi}^3\sqrt{\det(R)}\right] - \frac{1}{2}(y_i - H_{\psi_{k,n}(i)}x_k)^T R^{-1}(y_i - H_{\psi_{k,n}(i)}x_k)$$

Nous pouvons alors montrer que :

$$E_{[\mathbb{X}]}\{\ln(p(y_i|x_k, \psi_{k,n}))|\mathbb{Y}_k, \Psi_k^p(i)\} =$$
$$-\ln\left[\sqrt{2\pi}^3\sqrt{\det(R)}\right] - \tfrac{1}{2}(y_i - H_{\psi_{k,n}(i)}\hat{x}_k^p)^T R^{-1}(y_i - H_{\psi_{k,n}(i)}\hat{x}_k^p) - \tfrac{1}{2}tr(H_{\psi_{k,n}(i)}^T R^{-1} H_{\psi_{k,n}(i)} P_x)$$

où

tr est la fonction *trace* d'une matrice,

$\hat{x}_k$ est l'estimation de l'état au temps k issue du filtre de Kalman décrit en (2.5), et utilisant Ψ_K^p,

P_x est la covariance associée.

En conclusion, en appelant α le nombre de trajets que multiplie le nombre d'échantillons

$$E_{[\mathbb{X}]}\{\textstyle\sum_{k=0}^K \ln(p(Y_k|x_k\psi_k))|\mathbb{Y}_K, \Psi_K^p\} = -\alpha\ln\left[\sqrt{2\pi}^3\sqrt{\det(R)}\right] + \ln p(\psi_{k,n}) + \quad (2.6)$$
$$\textstyle\sum_{k=0}^K\sum_{i=1}^{Mt_k} -\tfrac{1}{2}(y_{k,i} - H_{\psi_{k,n}(i)}\hat{x}_k^p)^T R^{-1}(y_{k,i} - H_{\psi_{k,n}(i)}\hat{x}_k^p) - \tfrac{1}{2}tr(H_{\psi_{k,n}(i)}^T R^{-1} H_{\psi_{k,n}(i)} P_x)$$

2.3.3 Maximisation : détails de l'étape M

Si l'on suppose le bruit de mesure indépendant de la couche de réflexion, le premier terme de l'espérance 2.6 n'entre plus en jeu lors de la maximisation. On remarque aussi que l'on peut maximiser cette fonction indépendamment pour chaque k. Pour la p^{ieme} itération, il nous faut alors maximiser la quantité :

$$J_p(\psi_k) = \ln p(\psi_k) + \sum_{i=1}^{Mt_k} -\frac{1}{2}(y_{k,i} - H_{\psi_k(i)}\hat{x}_k^p)^T R^{-1}(y_{k,i} - H_{\psi_k(i)}\hat{x}_k^p) - \frac{1}{2}tr(H_{\psi_k(i)}^T R^{-1} H_{\psi_k(i)} P_x) \quad (2.7)$$

Cette quantité est calculée pour les N_k hypothèses d'association (équation (2.1)).

Résumé de l'EMDA

L'algorithme 1 décrit l'EMDA. L'algorithme s'arrête lorsque deux vecteurs d'association consécutifs sont identiques. Pour un gain de temps, nous pouvons aussi décider de stopper les itérations lorsque les changements d'un vecteur à l'autre ne sont pas significatifs. Le vecteur $\mathbb{X}_K^p$ qui en sort est alors l'estimation des coordonnées terrestres de la cible.

Initialisation :
$p \leftarrow 0$
$\Psi_K^0 \leftarrow$ choisi au hasard ou en utilisant les résultats d'un sondage ionosphérique
$\mathbb{X}_K^0 \leftarrow$ résultats du filtre de Kalman utilisant $\mathbb{Y}_K$ et les couches Ψ_K^0

Répéter

$p \leftarrow p + 1$

Pour k **de** 1 **à** K **faire**
$\psi_k^p = \arg\max_{n=1..N_k} J_p(\psi_{k,n})$
[remarque : on utilise $\mathbb{X}_K^{p-1}$ dans l'équation 2.7]
Fin Pour

calculer $\mathbb{X}_K^p$ par Kalman, en utilisant Ψ_K^p

jusqu'à ce que $(\Psi_K^p = \Psi_K^{p-1})$
Résultat : $\mathbb{X}_K^p$

Algorithme 1: EMDA

2.4 Algorithmes MCDA/ICMDA

Comme l'EMDA, l'algorithme MCDA [BD00] (Monte Carlo Data Association) permet d'estimer les coordonnées terrestres de la cible au moyen de l'estimation préalable de l'association mesures/couches. Cette estimation est réalisée au sens de l'Erreur Quadratique Moyenne Minimale (EQMM), approximée par une méthode Monte Carlo.
Une légère modification du MCDA permet de réaliser l'estimation au sens du MAP. L'algorithme prend alors le nom d' ICMDA (Iterated Conditional Mode Data Association).

Le problème se formule ainsi :

Problème 2 *Déterminer la séquence des hypothèses d'associations* $\Psi_K = \{\psi_1, ..., \psi_K\}$ *qui minimise l'EQMM. Ceci revient à rechercher* $\hat{\Psi}_K = E\{\Psi_K|\mathbb{Y}_K\}$.

L'espérance $E\{\Psi_K|\mathbb{Y}_K\}$ peut être estimée au moyen d'un Échantillonneur de Gibbs.

Pour p **de** 1 **à** P **faire**
  Pour k **de** 1 **à** K **faire**
    $\Psi^p_{\neg k} = \{\psi^p_0, ..., \psi^p_{k-1}, \psi^{p-1}_{k+1}, ...\psi^{p-1}_K\}$
    $\psi^p_k \sim p(\psi|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k})$
  Fin Pour
Fin Pour
Résultat : $\hat{\Psi}_K = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P} \Psi^p_K$

Algorithme 2: Échantillonneur de Gibbs appliqué à notre problème.

$$p(\psi^p_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k}) = \frac{p(\mathbb{Y}_K|\psi^p_k, \Psi^p_{\neg k})p(\psi^p_k)}{p(\mathbb{Y}_K|\Psi^p_{\neg k})}$$
$$p(\psi^p_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k}) \propto p(\mathbb{Y}_K|\psi^p_k, \Psi^p_{\neg k})p(\psi^p_k) \tag{2.8}$$

$\psi^p_k = \psi_{k,n}$ pour $n = 1 : N_k$.
Pour une séquence quelconque $\mathbb{Y}_K = \{V_k\}_{k=1}^K$, on note $\mathbb{Y}_{i:j} = \{V_k\}_{k=i}^j$. Les mesures jusqu'à l'instant k ne dépendant que des associations jusqu'à l'instant k nous avons,

$$p(\mathbb{Y}_K|\psi^p_k, \Psi^p_{\neg k}) = p(\mathbb{Y}_k|\Psi^p_k)p(\mathbb{Y}_{k+1:K}|\Psi^{p-1}_{k+1:K}, \psi^p_k, \mathbb{Y}_k) \tag{2.9}$$

si l'on décompose le premier facteur et qu'on marginalise le second,

$$p(\mathbb{Y}_K|\psi^p_k, \Psi^p_{\neg k}) = p(\mathbb{Y}_{k-1}|\Psi^p_{k-1})p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Psi^p_k) \int p(\mathbb{Y}_{k+1:K}, x_k|\Psi^{p-1}_{k+1:K}, \psi^p_k, \mathbb{Y}_k)dx_k$$

Si on ne tient pas compte des facteurs indépendants de ψ_k^p il reste :

$$p(\mathbb{Y}_K|\psi_k^p, \Psi_{-k}^p) = p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_k^p) \int p(\mathbb{Y}_{k+1:K}|\Psi_{k+1:K}^{p-1}, x_k)p(x_k|\Psi_k^p, \mathbb{Y}_k)dx_k \tag{2.10}$$

Connaissant la séquence des hypothèses d'association Ψ_k^p nous pouvons appliquer un filtre de Kalman. Nous avons alors

$$\begin{cases} p(x_k|\Psi_k^p, \mathbb{Y}_k) & = \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_k, P_k) \\ p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Psi_k^p) & = \mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1}, S_k) \end{cases} \tag{2.11}$$

où $\hat{x}_k$ est l'estimation de l'état donnée par le filtre de Kalman au temps k et P_k est la covariance associée. $\hat{Y}_{k|k-1}$ est la prédiction de la mesure au temps k (donc basée sur les instants précédents) de covariance S_k. Connaissant $\Psi_{k+1:K}^{p-1}$ nous pouvons trouver deux matrices M_k et U_k telles que :

$$\mathbb{Y}_{k+1:K} = M_k x_k + U_k \tag{2.12}$$

Si on appelle $L_k = E\{U_k U_k^T\}$ nous avons

$$p(\mathbb{Y}_{k+1:K}|\Psi_{k+1:K}^{p-1}, x_k) = \mathcal{N}(\mathbb{Y}_{k+1:K}; M_k x_k, L_k)$$

L'intégrale de l'équation (2.10) devient alors

$$\int p(\mathbb{Y}_{k+1:K}|\Psi_{k+1:K}^{p-1}, x_k)p(x_k|\Psi_k^p, \mathbb{Y}_k)dx_k = N(Y_{k+1:K}; M_k\hat{x}_k, L_k + M_k P_k M_k^T) \tag{2.13}$$

En conclusion

$$p(\psi_k^p|\mathbb{Y}_K, \Psi_{-k}^p) \propto \mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1}, S_k)P(\psi_K^p)N(Y_{k+1:K}; M_k\hat{x}_k, L_k + M_k P_k M_k^T) \tag{2.14}$$

N. Bergman et A. Doucet [BD00] montre alors qu'un filtre récursif backward/forward [AM79] peut être utilisé afin d'éviter le calcul systématique des matrices M_k et L_k.
Si on appelle $\hat{a}_k$, $\hat{a}_{k|k+1}$ les estimations et prédictions de sortie du filtre backward, si on appelle leur covariance Γ_k et $\Gamma_{k|k+1}$ (2.14) se réécrit

$$p(\psi_k^p|\mathbb{Y}_K, \Psi_{-k}^p) \propto \mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1}, S_k)P(\psi_K^p) \tag{2.15}$$
$$|I + P_k\Gamma_{k|k+1}|^{-1/2}\exp(-\tfrac{1}{2}||x_k||^2_{\Gamma_{k|k+1}} + x_k^T a_{k|k+1} + \tfrac{1}{2}||a_{k|k+1} - \Gamma_{k|k+1}x_k||^2_{(\Gamma_{k|k+1}+P_k^{-1})^{-1}})$$

où pour un vecteur x et une matrice A quelconques $||x||_A = x^T A x$.
L'algorithme 3 résume le fonctionnement du MCDA.

Initialisation :
$\Psi_K^0 \leftarrow$ choisi au hasard ou en utilisant les résultats d'un sondage ionosphérique

Pour p **de** 1 **à** P **faire**

algorithme backward (utilise Ψ_K^{p-1}) :
Pour k **de** K **à** 1 **faire**

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k+1} + H^T R^{-1} Y_k \qquad \hat{a}_{K|K+1} = 0$$
$$\Gamma_k = \Gamma_{k|k+1} + H^T R^{-1} H \qquad \Gamma_{K|K+1} = 0$$
$$\hat{a}_{k-1|k} = F^T (I - \Gamma_k (\Gamma_k + Q^{-1})^{-1}) \hat{a}_k$$
$$\Gamma_{k-1|k} = F^T (I - \Gamma_k (\Gamma_k + Q^{-1})^{-1}) \Gamma_k F$$

Fin Pour

Kalman :
Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_k **faire**

[calcul d'une itération de Kalman sous l'hypothèse $\psi_{k,n}$]
calcul de : $\hat{x}_k(\psi_{k,n})$, $P_k(\psi_{k,n})$, $\hat{Y}_{k+1|k}(\psi_{k,n})$, $S_k(\psi_{k,n})$
calcul de (2.15) :

$$p(\psi_k^p | \mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg k}^p) \propto \mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1}, S_k) P(\psi_K^p) |I + P_k \Gamma_{k|k+1}|^{-1/2}$$
$$\exp(-\tfrac{1}{2}||x_k||^2_{\Gamma_{k|k+1}} + x_k^T a_{k|k+1} + \tfrac{1}{2}||a_{k|k+1} - \Gamma_{k|k+1} x_k||^2_{(\Gamma_{k|k+1} + P_k^{-1})^{-1}})$$

Fin Pour
générer un échantillon suivant $\psi_k^p \sim p(\psi_k^p | \mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg k}^p)$

Fin Pour

Fin Pour
Résultat : $\hat{\Psi}_K = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^{P} \Psi_K^p$
$\mathbb{X}_K$ est alors le résultat d'un Kalman sous l'hypothèse $\hat{\Psi}_K^p$

Algorithme 3: MCDA.

Au lieu d'échantillonner suivant $p(\psi_k^p | \mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg k}^p)$ nous pouvons choisir de façon déterministe l'hypothèse $\psi_{k,n}$ qui maximise cette densité. La séquence finale estimée est alors une estimation au sens du MAP. L'algorithme ainsi obtenu est appelé ICMDA. Comme pour l'EMDA les itérations stoppent lorsque deux séquences consécutives sont identiques.

2.5 Algorithme MSMF

Contrairement aux algorithmes précédents, le MSMF [PE96] (Multiple Simultaneous Measurements Filter) ne cherche pas à associer les mesures aux couches de réflexion avant d'estimer l'état de la cible. Il permet d'avoir une estimation directe de l'état au sens de l'EQMM. Ce qui revient à rechercher $E\{x_k|\mathbb{Y}_k\}$. La deuxième grande différence est son aspect séquentiel.

$$E\{x_k|\mathbb{Y}_k\} = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_K)E\{x_k|\mathbb{Y}_k, \psi_{k,n}\} \tag{2.16}$$

Nous pouvons approximer l'espérance $E\{x_k|\mathbb{Y}_k, \psi_{k,n}\}$ par les résultat d'estimation de l'état de la cible d'un filtre de Kalman. En appelant $\hat{x}_{k,n}$ cette estimation obtenue sous l'hypothèse $\psi_{k,n}$, et $P_{k,n}$ sa covariance :

$$E\{x_k|\mathbb{Y}_k\} \approx \hat{x}_k = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)\hat{x}_{k,n} \tag{2.17}$$

$$cov\{x_k|\mathbb{Y}_k\} \approx P_k = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)(P_{k,n} + \hat{x}_{k,n}\hat{x}_{k,n}^T) - \hat{x}_k\hat{x}_k^T \tag{2.18}$$

Comme $P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k) = \frac{p(Y_k|\psi_{k,n},\mathbb{Y}_{k-1})P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_{k-1})}{p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1})}$, et sachant que ψ_k ne dépend pas des mesures aux instants précédents nous avons :

$$P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k) = \delta^{-1}\mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1,n}, S_{k,n})P(\psi_{k,n}) \tag{2.19}$$

où δ^{-1} est un terme de normalisation.
Nous avons alors l'algorithme 4

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_k **faire**

Calcul d'une itération de Kalman : sous l'hypothèse $\psi_{k,n}$, basée sur $\hat{x}_{k-1}$ et P_{k-1}
calcul de : $\hat{x}_{k,n}$, $P_{k,n}$, $\hat{Y}_{k+1|k,n}$, $S_{k,n}$
calcul de (2.19) :

$$P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k) = \delta^{-1}\mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1,n}, S_{k,n})P(\psi_{k,n})$$

Fin Pour
Résultat : calculs de $\hat{x}_k$, P_k suivant (2.17) et (2.18) :

$$\hat{x}_k = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)\hat{x}_{k,n}$$

$$P_k = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)(P_{k,n} + \hat{x}_{k,n}\hat{x}_{k,n}^T) - \hat{x}_k\hat{x}_k^T$$

Fin Pour

Algorithme 4: MSMF.

2.6 Conclusion

N. Bergman et A. Doucet comparent les résultats des algorithmes précédents dans [BD00]. Ces résultats sont résumés dans le tableau 2.1, donnant l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) et les temps de calcul de chacun.

	MSMF	EMDA	MCDA	ICMDA
EQM	96.36	7.40	7.52	7.23
temps (en relatif)	1.0	1.88	6.32	2.76

TAB. 2.1 – EQM calculée sur 50 simulations indépendantes

Nous constatons que les trois algorithmes qui estiment la couche de réflexion (EMDA, MCDA, ICMDA) présentent de meilleures Erreurs Quadratiques Moyennes. En contre-partie, le temps de calcul est en faveur du MSMF. L'ICMDA et l'EMDA apparaissent toutefois comme de bons compromis. Cependant il ne faut pas perdre de vue plusieurs points :

- les tests sont réalisés avec des modèles linéaires,
- les paramètres des couches de réflexions sont supposées parfaitement connus.

Dans le chapitre suivant nous appliquons ces algorithmes aux modèles de propagation issus de la variante de Martyn et de l'approximation du modèle multi-Quasi-Parabolique, modèles nécessitant la connaissance de la couche de réflexion. Nous comparons aussi les résultats d'estimation des coordonnées terrestres des cibles de ces méthodes, à des méthodes plus spécifiquement adaptées au radar Nostradamus.

Chapitre 3

Estimation des coordonnées au sol en contexte monocible, lorsque les paramètres des modèles sont connus

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons l'ensemble des méthodes (i.e : choix d'une association d'un modèle de propagation et d'un algorithme) applicables au radar Nostradamus. Certaines ont déjà été appliquées à des radars transhorizons, d'autres ont été mises en œuvre au cours de cette thèse. Afin d'en comparer les performances nous nous placerons dans un cas idéal, où l'on suppose qu'il n'y a pas de Fausses Alarmes (écho détecté alors qu'aucune cible n'est présente), que tous les échos réfléchis par la cible sont détectés par le radar (ce qui se traduit par une probabilité de détection $P_d = 1$) et que, lorsqu'ils sont nécessaires, nous connaissons les paramètres des modèles de propagation ionosphérique.
Le cas de la présence de Fausses Alarmes et d'une probabilité de détection inférieure à 1 est traité en fin de ce chapitre, tandis que celui de paramètres de modèle inconnus est abordé dans le suivant.
Nous commençons ce chapitre par une méthode fondée sur le théorème de Martyn. Puis, après avoir adapté les algorithmes vus dans le chapitre précédent au cas non-linéaire, nous les appliquons aux modèles de propagation déduits de la variante de Martyn et de l'approximation du modèle MQP. Nous présentons ensuite deux algorithmes permettant d'utiliser directement le modèle MQP (et non plus son approximation). Afin d'améliorer les résultats de cette méthode intéressante nous proposons une nouvelle approche de ce modèle, numérique cette fois. Enfin, nous comparons l'ensemble de ces méthodes au travers de l'étude de leur erreur quadratique moyenne.

3.2 Utilisation du théorème de Martyn

Les algorithmes que nous venons de décrire dans le chapitre précédent ont été développés pour des radars transhorizons ne mesurant pas l'angle d'élévation. Le radar Nostradamus mesurant cet angle, le premier algorithme testé sur ses données a été basé sur l'utilisation du théorème de Martyn (partie 1.2.4.2).

3.2.1 Re-définition des équations et des vecteurs d'état et de mesures

Mesures
Le vecteur de mesure s'enrichit de l'angle d'élévation et devient $Y_k = \{y_{i,k}\}_{i=1}^{Mt_k}$ où $y_{i,k} = [d_{g_i}\ v_{g_i}\ A\ \beta_i]^T$ avec β_i élévation du i^{eme} trajet.
L'équation de mesure quant à elle devient :

$$y_{i,k} = h(x_k) + w(k) \qquad i = 1..Mt$$

où h est la formule du théorème de Martyn utilisant l'angle d'élévation (1.25).

État de la cible
L'approximation de Martyn nécessite soit la connaissance de la hauteur de réflexion de l'onde soit la connaissance de l'angle d'élévation. Puisque nous n'avons pas accès à la hauteur nous avons besoin d'ajouter l'angle d'élévation au vecteur d'état. Or la cible ne possède pas un unique angle d'élévation. En effet, le phénomène de multitrajets est une conséquence de l'existence de plusieurs angles d'élévation associés à une même cible. Nous avons deux possibilités :

- utiliser un seul vecteur d'état composé des angles d'élévation de chaque trajet. Dans cette configuration la taille de x_k dépend du nombre de trajets Mt_k :
  $x_k = [d_s\ v_s\ A\ \dot{A}\ \beta_1\ \dot{\beta}_1\ ...\ \beta_{Mt_k}\ \dot{\beta}_{Mt_k}]$.
- utiliser autant de *vecteurs intermédiaires* qu'il y a de multitrajets, et fusionner les distances et vitesses au sol avant chaque nouvelle itération de l'algorithme. Dans cette configuration chaque vecteur intermédiaire possède un seul angle d'élévation et est donc de taille constante. Pour le i^{eme} vecteur intermédiaire nous avons alors :
  $x_k^i = [d_s\ v_s\ A\ \dot{A}\ \beta_i\ \dot{\beta}_i]$.

Les performances étant sensiblement les mêmes nous avons opté pour la deuxième solution plus simple à mettre en œuvre.

3.2.2 Estimation des coordonnées terrestre de la cible

L'estimation de l'état de la cible peut être réalisée simplement au moyen d'un Filtre de Kalman Etendu (EKF : Extended Kalman Filter) [AM79, ch.8]. Puisque nous avons choisi la deuxième méthode nous devons fusionner les distances et vitesses au sol afin qu'à chaque itération elles soient identiques pour chaque *vecteur intermédiaire*. Cette fusion se fait suivant le principe énoncé dans [BSF88].

Des exemples de résultats de simulations sont donnés sur les figures 3.1 et 3.2. Les profils ionosphériques sont différents pour chaque simulation.
Sur les figures les covariances des estimations (tirets rouges) sont centrées sur zéro. La cible est située à 1400 kilomètres du radar et évolue à une vitesse constante de 200 ms^{-1}. Le calcul des 90 échantillons (le radar fournit un échantillon toutes les 20 secondes) a pris moins de 0.5 secondes sur un pentium 2GHz.

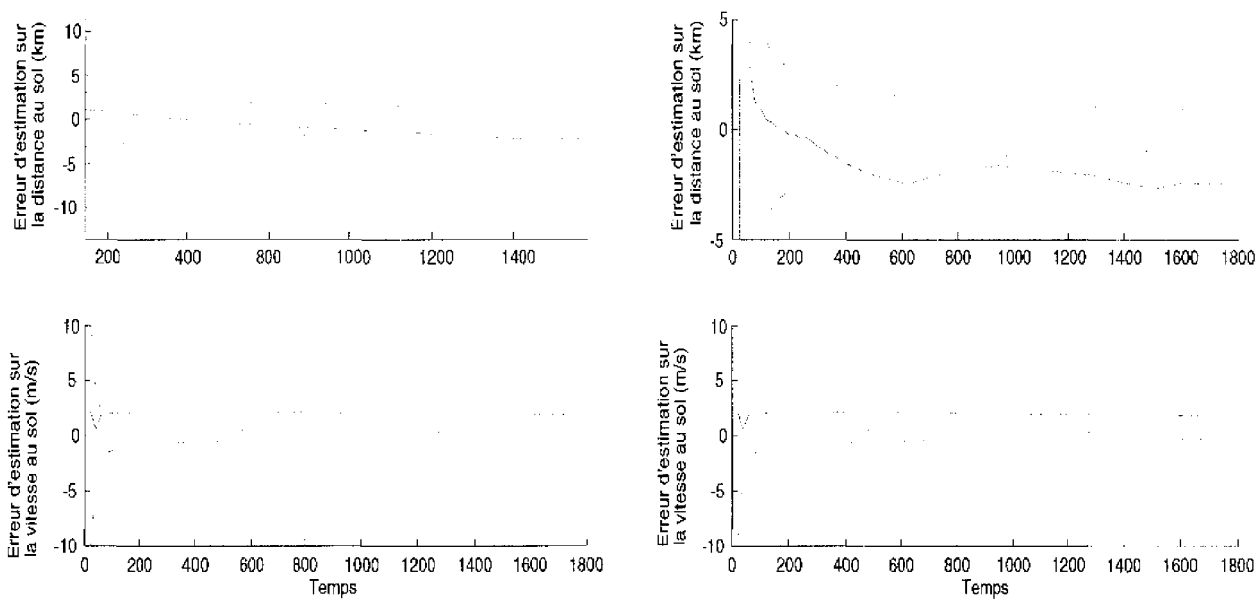

FIG. 3.1 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

Nous donnerons une étude plus détaillée des résultats de cette méthode en fin de ce chapitre mais nous pouvons d'ores et déjà en comprendre les avantages et inconvénients.
Ses points positifs :

- elle ne nécessite pas de connaissance a priori sur l'ionosphère
- elle est rapide

Son principal point négatif tient au fait que sa précision n'est pas constante : les biais en distance sont bien plus importants sur la figure 3.2 que sur la figure 3.1 comme pouvait le laisser présager la figure 1.16 de la partie 1.2.4.5. En effet, la qualité de l'approximation dépend du lieu de la réflexion de l'onde sur le profil ionosphérique : elle a tendance à se dégrader lorsqu'on approche d'une transition ou lorsqu'on utilise un angle d'élévation trop bas.
Afin de comparer ces résultats à ceux des méthodes proposées dans le chapitre précédent nous devons adapter celles-ci au contexte non-linéaire.

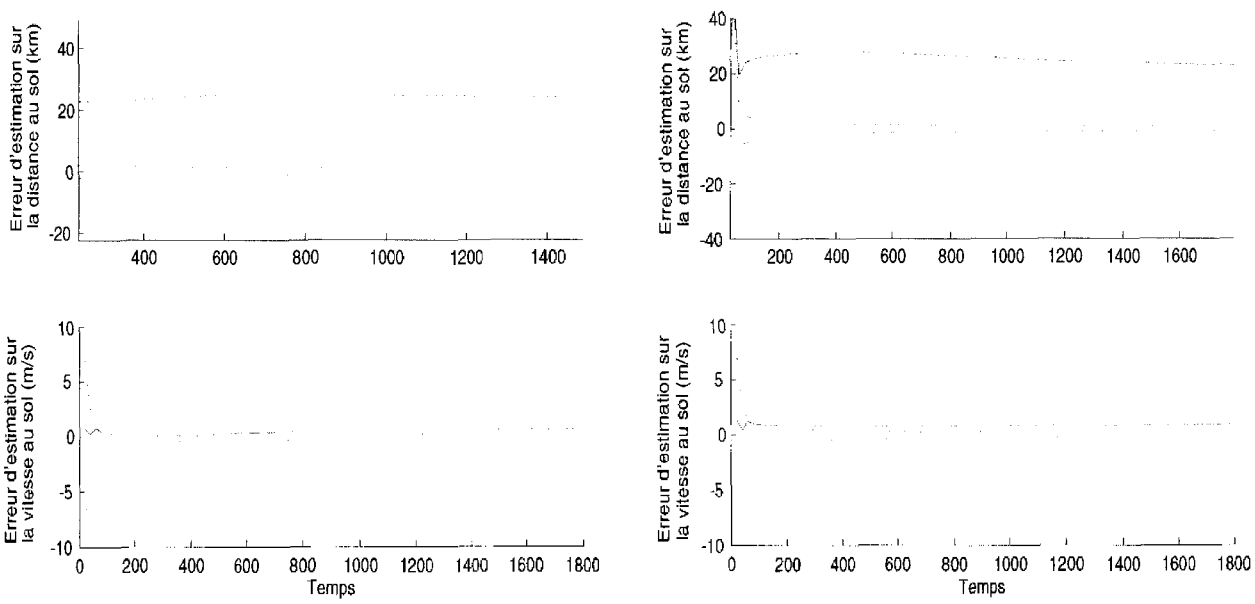

FIG. 3.2 – Deux exemples (droite/gauche) d'estimation fortement biaisée : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

3.3 Adaptation des algorithmes d'association de données aux modèles non-linéaires

Les meilleurs modèles de propagation sont non-linéaires. C'est pourquoi nous consacrons cette partie à l'adaptation au contexte non-linéaire des algorithmes vus dans l'état de l'art.

• MSMF
Le MSMF a fait l'objet de plusieurs améliorations par ses auteurs et a évolué en MPCR [Pul04] (Multi-Paths Coordinate Registration). Nous présenterons plus loin un peu plus en détails cet algorithme basé sur le MSMF. Pour le moment il faut juste noter que ses auteurs l'ont adapté aux non-linéarités en remplaçant le filtre de Kalman (utilisable uniquement dans le cas linéaire) par un EKF.

• EMDA
L'adaptation de l'EMDA ne pose pas plus de problème que celle du MSMF. Toutefois elle se base sur une remarque fausse mais, l'approximation qui en découle s'avère suffisante :

$$h_c(x_k) \approx H_c x_k \tag{3.1}$$

Le jacobien $H_c = \frac{\partial h_c}{\partial x}(x_k)$ est issu de l'étape de linéarisation de l'EKF, qui remplace alors le filtre de Kalman. La quantité à maximiser devient alors :

$$J_p(\psi_k) = \ln p(\psi_k) + \sum_{i=1}^{Mt_k} -\frac{1}{2}(y_{k,i} - h_{\psi_k(i)}(\hat{x}_k^p))^T R^{-1}(y_{k,i} - h_{\psi_k(i)}(\hat{x}_k^p)) - \frac{1}{2} tr(H_{\psi_k(i)}^T R^{-1} H_{\psi_k(i)} P_x)$$

• MCDA/ICMDA

L'adaptation de ces deux algorithmes au cas non-linéaire n'est pas aussi simple que pour les précédents. Nous l'avons explicitée dans [BMF04] et nous la rappelons ici. Afin de les distinguer des algorithmes initiaux nous appelons les nouveaux : NL-MCDA et NL-ICMDA, NL étant mis pour *Non-Linéaire*.
Le problème vient de l'équation (2.12) que nous réécrivons :

$$\mathbb{Y}_{k+1:K} = M_k x_k + U_k$$

Lorsque l'équation de mesure est non-linéaire la matrice M_k doit être remplacée par une fonction m_k telle que :

$$\mathbb{Y}_{k+1:K} = m_k(x_k) + U_k$$

ce qui est inenvisageable dans le cas de nos modèles.
L'approximation (3.1) de l'EMDA ne peut pas non plus être utilisée pour deux raisons : en contexte linéaire la matrice M_k est bâtie à partir des matrices de mesures H_j pour $j = k+1...K$. En contexte non-linéaire, si nous remplacions les fonctions h_j par leurs linéarisées H_j obtenues

par un EKF, nous accumulerions les erreurs provoquées par cette linéarisation. De plus, avec un EKF, la linéarisation de h_j ne peut se faire que connaissant ψ_{j-1}. Ceci introduit dans la matrice finale M_k une dépendance par rapport à ψ_k, ce qui doit être évité (l'équation (2.12) ne doit dépendre que des couches de réflexion des temps $k+1$ à K).

Nous proposons donc un nouveau développement de $p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg K})$.

$$p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k}) \propto p(\mathbb{Y}_K|\Psi^p_{\neg k}, \psi_k)Pr(\psi_k)$$

$$p(\mathbb{Y}_K|\Psi^p_{\neg k}, \psi_k) = p(\mathbb{Y}_{k-1}|\Psi^p_{\neg k}, \psi_k)p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}\Psi^p_{\neg k}, \psi_k)p(Y_{k+1}|\mathbb{Y}_k, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k)p(\mathbb{Y}_{k+2:K}|\mathbb{Y}_{k+1}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k)$$

Les mesures des instants antérieurs à $k-1$ ne dépendant pas de la couche de réflexion à l'instant k nous avons $p(\mathbb{Y}_{k-1}|\Psi^p_{\neg k}, \psi_k) = p(\mathbb{Y}_{k-1}|\Psi^p_{k-1})$ ce qui rend $p(\mathbb{Y}_{k-1}|\Psi^p_{\neg k}, \psi_k)$ indépendant de ψ_k.

$$p(\mathbb{Y}_{k+2:K}|\mathbb{Y}_{k+1}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k) = p(\mathbb{Y}_{k+3:K}|\mathbb{Y}_{k+2}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k)p(Y_{k+2}|\mathbb{Y}_{k+1}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k) \tag{3.2}$$

où

$$\begin{cases} Y_{k+2} &= h_{\psi^{p-1}_{k+2}}(x_{k+2}) + w_{k+2} \\ x_{k+2} &= Fx_{k+1} + v_{k+1} \end{cases} \tag{3.3}$$

x_{k+1} ne dépend que des mesures précédant $k+1$ et de la couche de réflexion au temps $k+1$ nous avons alors $p(Y_{k+2}|\mathbb{Y}_{k+1}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k) = p(Y_{k+2}|\mathbb{Y}_{k+1}, \psi^{p-1}_{k+1})$.
Finalement $p(\mathbb{Y}_{k+2:K}|\mathbb{Y}_{k+1}, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k)$ est aussi indépendant de ψ_k. Ainsi,

$$p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k}) \propto p(Y_{k+1}|\mathbb{Y}_k, \Psi^p_{\neg k}, \psi_k)p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}\Psi^p_{\neg k}, \psi_k)Pr(\psi_k) \tag{3.4}$$

Ce qui devient

$$p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg k}) \propto p(Y_{k+1}|\mathbb{Y}_k, \Psi^p_{k-1}, \psi_k, \psi^{p-1}_{k+1})p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}\Psi^p_{k-1}, \psi_k)Pr(\psi_k) \tag{3.5}$$

$p(Y_{k+1}|\mathbb{Y}_k, \Psi^p_k, \psi^{p-1}_{k+1})$ et $p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}\Psi^p_k)$ peuvent être déduites de deux itérations consécutives (au temps k et $k+1$) d'un EKF.

L'algorithme 5 décrit le fonctionnement du NL-MCDA. De même qu'en linéaire, si l'on choisit l'hypothèse qui maximise $p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi^p_{\neg K})$ on obtient l'algorithme NL-ICMDA.

Initialisation :
Ψ_K^0 ← choisi au hasard ou en utilisant les résultats d'un sondage ionosphérique

Pour p **de** 1 **à** P **faire**

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_k **faire**

[calcul des 2 itérations de l'EKF sous l'hypothèse $\psi_{k,n}$]
A partir de $\hat{x}_{k-1|k-1}$, $P_{k-1|k-1}$, $\psi_{k,n}$ et Ψ_{k+1}^{p-1} calculer :
1ere itération de l'EKF : $\hat{x}_{k|k-1}$, $\hat{x}_{k|k}$ et leurs covariances
2eme itération de l'EKF : $\hat{x}_{k+1|k}$ et sa covariance.

Calculer $p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg K}^p)$ en utilisant (3.5) :

$$p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg k}^p) \propto p(Y_{k+1}|\mathbb{Y}_k, \Psi_{k-1}^p, \psi_k, \psi_{k+1}^{p-1})p(Y_k|\mathbb{Y}_{k-1}\Psi_{k-1}^p, \psi_k)Pr(\psi_k)$$

Fin Pour
normaliser les $p(\psi_k|\mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg K}^p)$
générer un échantillon suivant $\psi_k^p \sim p(\psi_k^p|\mathbb{Y}_K, \Psi_{\neg k}^p)$
calculer $\hat{x}_{k|k-1}$, $\hat{x}_{k|k}$ et leurs covariances en utilisant ψ_k^p
[Remarque : calcul déjà fait dans la partie précédente]

Fin Pour

Fin Pour
Résultat : $\hat{\Psi}_K = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P} \Psi_K^p$
$\mathbb{X}_K$ est alors le résultat d'un Kalman sous l'hypothèse $\hat{\Psi}_K^p$

Algorithme 5: NL-MCDA - MCDA adapté aux problèmes non-linéaires

Nous donnons maintenant une analyse des performances de ce développement. Le premier ensemble de modèles sur lequel nous l'avons testé est linéaire. Nous appellerons cet ensemble $SIM1$. Le second ensemble est non-linéaire et nous l'appellerons $SIM2$.

$$x_k = \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \end{bmatrix}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = h_i\left(\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \end{bmatrix}$$

où h_i est le i^{eme} modèle. La covariance du bruit est différente pour $SIM1$ et $SIM2$ mais identique pour les modèles d'un même ensemble.

les fonctions de mesures sont pour $SIM1$:

$$h_i\left(\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

et pour $SIM2$:

$$h_i\left(\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} i \times x_1(k) + 2 \times i \\ \cos(x_2(k)) \end{bmatrix}$$

Dans les tableaux 3.1 et 3.2 nous comparons les performances de ce nouveau développement et de l'initial. Nous donnons les erreurs quadratiques moyennes, la moyenne des pourcentages d'associations correctes et celle du temps de calcul relatif (par rapport au MCDA) . Ces moyennes sont calculées sur 50 simulations indépendantes.

SIM 1	MCDA	ICMDA	NL-MCDA	NL-ICMDA
EQM	0.26	0.18	0.24	0.18
associations correctes	81.2%	83.3%	81.6%	83.2%
Temps	1	0.92	1.9	1.17

TAB. 3.1 – Comparaison des deux développements du MCDA/ICMDA sur des modèles linéaires.

SIM 2	MCDA	ICMDA	NL-MCDA	NL-ICMDA
EQM	120	116	0.47	0.56
associations correctes	3%	6%	85%	86%
Time	1	1.21	1.92	1.7

TAB. 3.2 – Comparaison des deux développements du MCDA/ICMDA sur des modèles non-linéaires.

Linéarité :
nous remarquons l'intérêt du développement proposé puisque le NL-MCDA et le NL-ICMDA donnent les mêmes résultats sur des modèles linéaires et non-linéaires, contrairement au MCDA et à l'ICMDA.

Temps de calculs :
les temps de calculs du NL-MCDA et du NL-ICMDA sont plus élevés. Ceci s'explique facilement puisque là où le MCDA utilise une itération de Kalman, le NL-MCDA en utilise deux. Le temps de calcul est donc approximativement le double.

Vitesse de convergence :
la différence de vitesse de convergence apparaît clairement lorsqu'on compare les temps de calcul de l'ICMDA et du NL-ICMDA. Ces algorithmes s'arrêtent lorsque deux séquences Ψ_K^p sont identiques. Le fait que le temps du NL-ICMDA ne soit pas le double du temps de l'ICMDA montre que la convergence est plus rapide dans le cas du développement que nous avons proposé.

Dans la suite, nous allons utiliser les versions décrites dans cette section sur le modèle de propagation déduit de la variante de Martyn et de l'approximation du modèle MQP, modèles non-linéaires nécessitant une association mesure/couche de réflexion.

UNIVERSITÉ CERGY-PONTOISE BIBLIOTHÈQUE

3.4 Utilisation de la variante du théorème de Martyn

Dans le cas de la variante du théorème de Martyn, la fonction de mesure devient :

$$y_{i,k} = \begin{cases} h_1(x_k) + w_1(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 1} \\ h_2(x_k) + w_2(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 2} \\ \vdots & \vdots \\ h_c(x_k) + w_c(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche c} \\ \vdots & \vdots \\ h_C(x_k) + w_C(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche C} \end{cases} \tag{3.6}$$

avec en particulier

$$d_{g_i} = h_c(d_s) = 2\sqrt{(R_0 + hr_c)^2 + R_0^2 - 2(R_0 + hr_c)R_0 \cos \frac{d_s}{2R_0}} \tag{3.7}$$

et

$$v_{g_i} = h_c(v_s, d_s) = 2v_s \frac{R_0 + hr_c}{d_{g_i}} \sin\left(\frac{d_s}{2R_0}\right) \tag{3.8}$$

h_c est l'équation de Martyn (1.26) appliquée à la hauteur virtuelle de la couche c : hr_c.

Des résultats de simulations sont donnés sur la figure 3.3 pour l'algorithme EMDA, 3.4 pour l'ICMDA, 3.5 pour le MCDA et 3.6 pour le MSMF. Nous avons choisi les résultats les plus représentatifs pour pouvoir donner quelques commentaires dès à présent. Comme pour le modèle de Martyn, plus de résultats sont donnés en fin de chapitre.

Nous pouvons remarquer que le modèle de propagation basé sur la variante de Martyn possède logiquement les défauts du Théorème de Martyn : à savoir, la qualité de son approximation dépend du profil ionosphérique et de la position de la cible : en particulier, si les échos renvoyés par la cible se réfléchissent aux abords d'une transition entre deux couches de réflexion le modèle devient inutilisable. Ainsi par exemple, sur les figures 3.4-gauche et 3.5-gauche l'ICMDA et le MCDA présentent de très bons résultats, alors que sur les figures 3.4-droite et 3.5-droite l'erreur est supérieure à 100 kilomètres.

L'algorithme EMDA n'est pas adapté à l'utilisation de ce modèle : l'approximation faite lors de l'adaptation au contexte non-linéaire ajoutant des imprécisions à un modèle de propagation déjà souvent mis à mal, le résultat final est inutilisable.

L'algorithme MSMF opérant par *moyennage* sa précision est souvent plus mauvaise que celles du MCDA et de l'ICMDA, en contre partie il reste très souvent en dessous des 50 kilomètres d'erreur, quel que soit l'état de l'ionosphère et la position de la cible, ce qui n'est pas le cas des deux autres algorithmes.

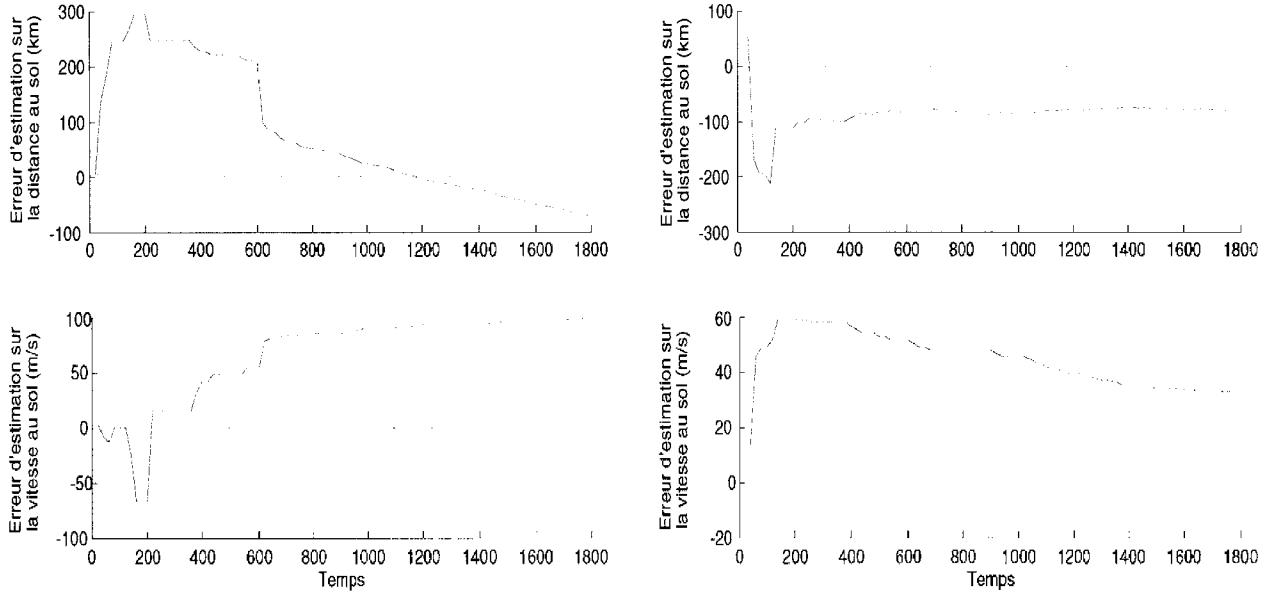

FIG. 3.3 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'EMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

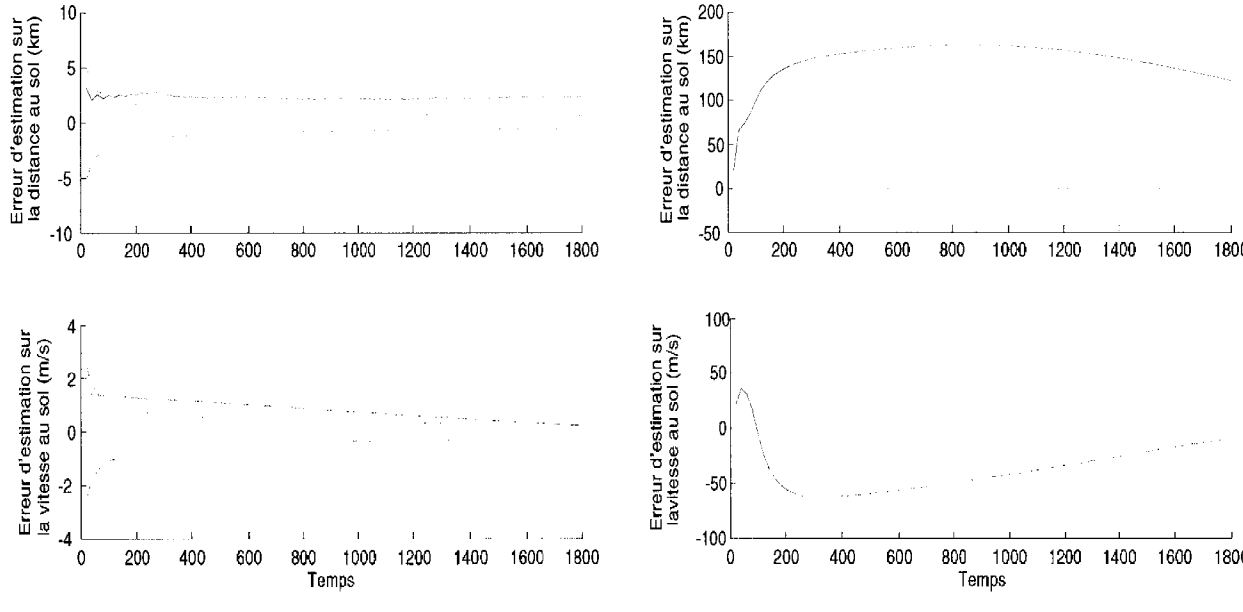

FIG. 3.4 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'ICMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

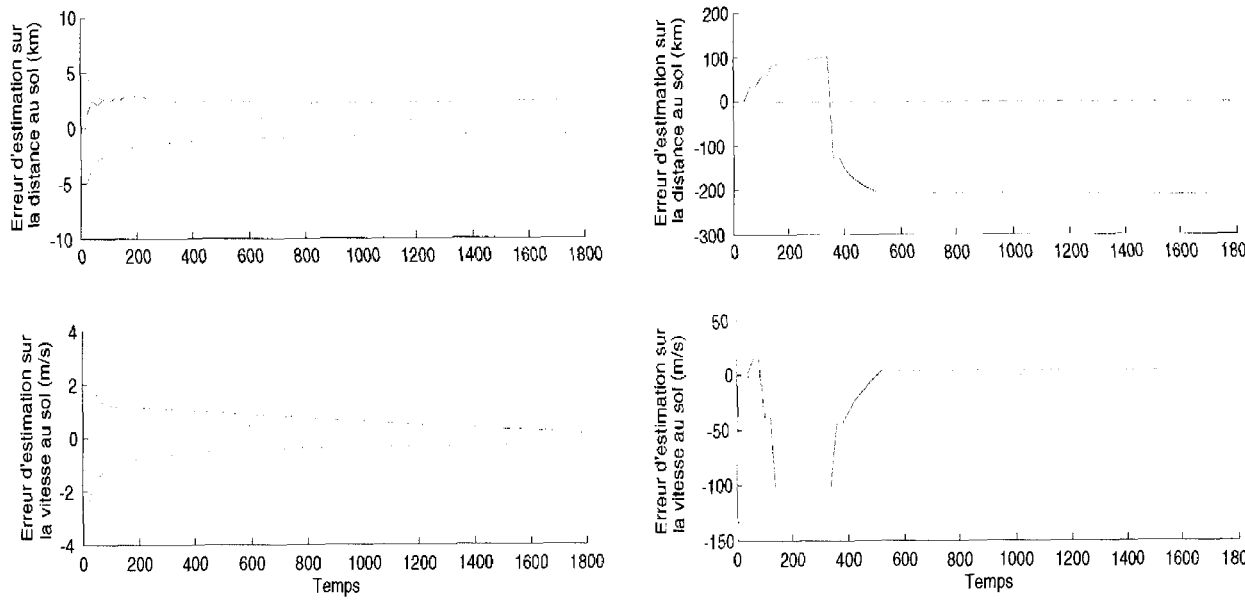

FIG. 3.5 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MCDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

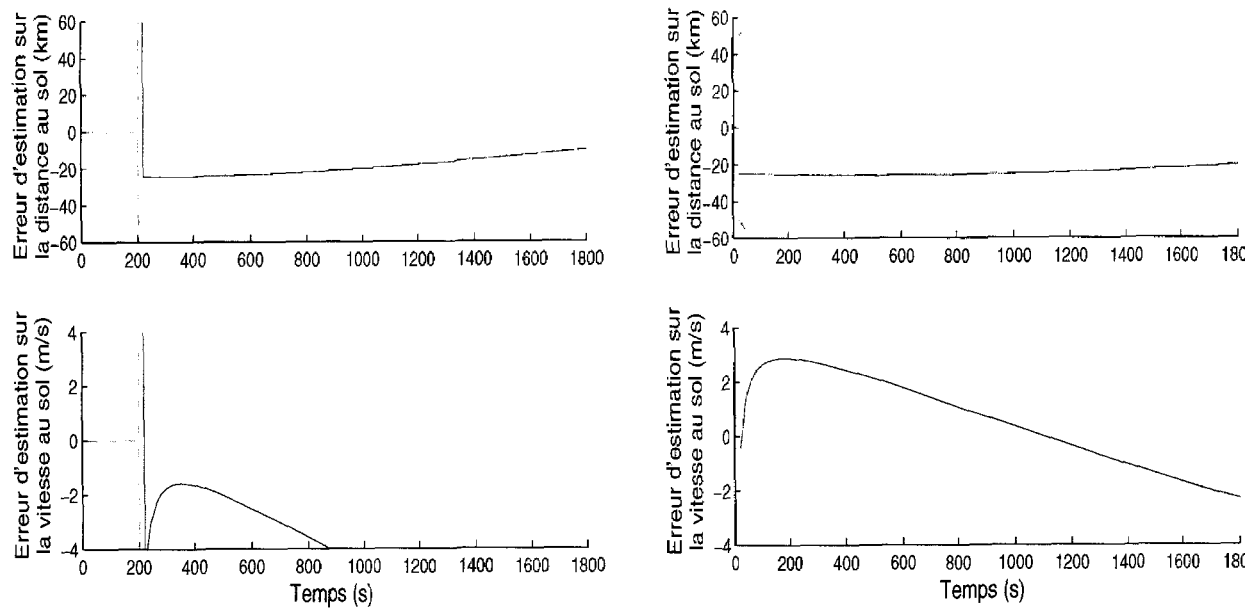

FIG. 3.6 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MSMF : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

3.5 Utilisation de l'approximation du modèle MQP

L'approximation du modèle MQP donne généralement de meilleurs résultats que les approximations géométriques. Nous regardons dans cette partie si ce gain se conserve avec les algorithmes précédents.

La fonction de mesure est toujours de la forme :

$$y_{i,k} = \begin{cases} h_1(x_k) + w_1(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 1} \\ h_2(x_k) + w_2(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche 2} \\ \vdots & \vdots \\ h_c(x_k) + w_c(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche c} \\ \vdots & \vdots \\ h_C(x_k) + w_C(k) & \text{si la réflexion a lieu sur la couche C} \end{cases} \tag{3.9}$$

avec maintenant

$$d_{g_i} = P_{MQP}(d_s) \tag{3.10}$$

et

$$v_{g_i} = P'_{MQP}(d_s)v_s \tag{3.11}$$

où P_{MQP} est le polynôme déduit du modèle MQP selon la procédure décrite partie 1.2.4.4. Du degré du polynôme dépend la finesse de l'approximation. Cependant, les temps de calcul augmentant avec celui-ci, il est bon de restreindre le degré à une valeur inférieure à 10, les gains en performances des valeurs supérieures n'étant pas significatifs.

Des résultats de simulations sont donnés sur les figures 3.7 à 3.10. Ils reprennent les paramètres de la partie précédente.

Les résultats de l'EMDA, de l'ICMDA, du MCDA sont généralement meilleurs lorsqu'on utilise l'approximation du modèle MQP au lieu de la variante de Martyn. Le modèle étant plus précis, les associations couches/mesures sont plus souvent correctes : les résultats d'estimation des coordonnées terrestres sont alors meilleures. Nous remarquons qu'avec ce modèle, l'EMDA est maintenant utilisable bien qu'il semble moins précis que l'ICMDA et que le MCDA (nous confirmerons ceci en fin de ce chapitre).
Nous avions de fortes présomptions de cette amélioration des résultats en analysant la figure 1.16 de la partie 1.2.4.5 et c'est pourquoi nous avons appliqué ce modèle aux algorithmes précédents. Toutefois, c'est encore loin d'être parfait puisque, par exemple, figure 3.9-droite nous obtenons près de 50 kilomètres d'erreur.
Le MSMF là encore est moins efficace, mais cette fois il devient moins intéressant, les trois autres dépassant bien plus rarement les 50 kilomètres d'erreur qu'avec le modèle basé sur la variante de Martyn.

Jusqu'à maintenant nous avons essentiellement utilisé des méthodes *générales*. En effet, à part celle construite sur le théorème de Martyn, aucune des méthodes précédentes n'utilise pleinement les spécificités du radar Nostradamus. Dans la partie qui suit nous mettons l'accent sur

ces spécificités, en particulier nous proposons et comparons des méthodes bâties sur le modèle MQP et utilisant de ce fait la mesure de l'angle d'élévation.

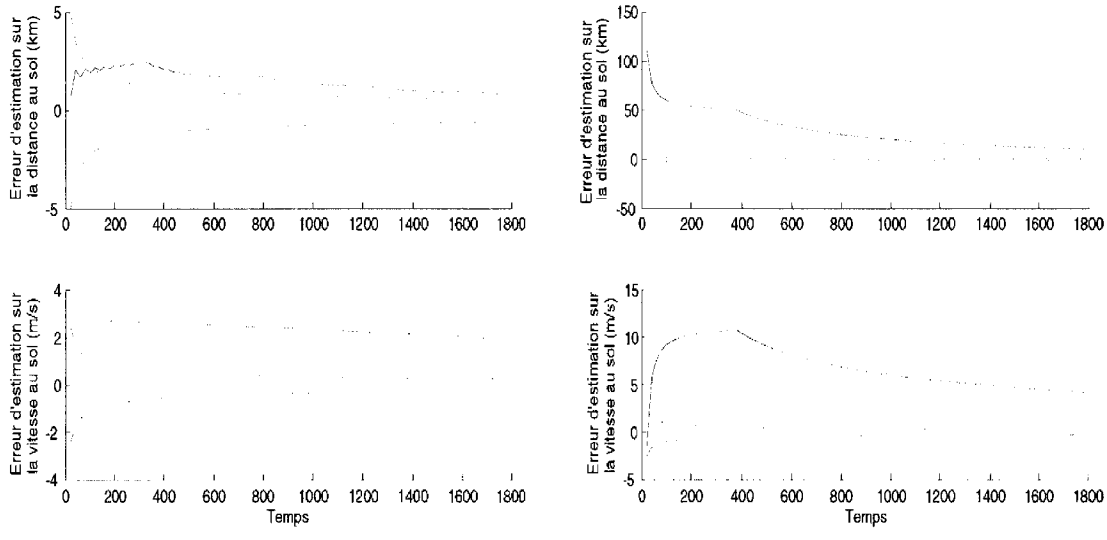

FIG. 3.7 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'EMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

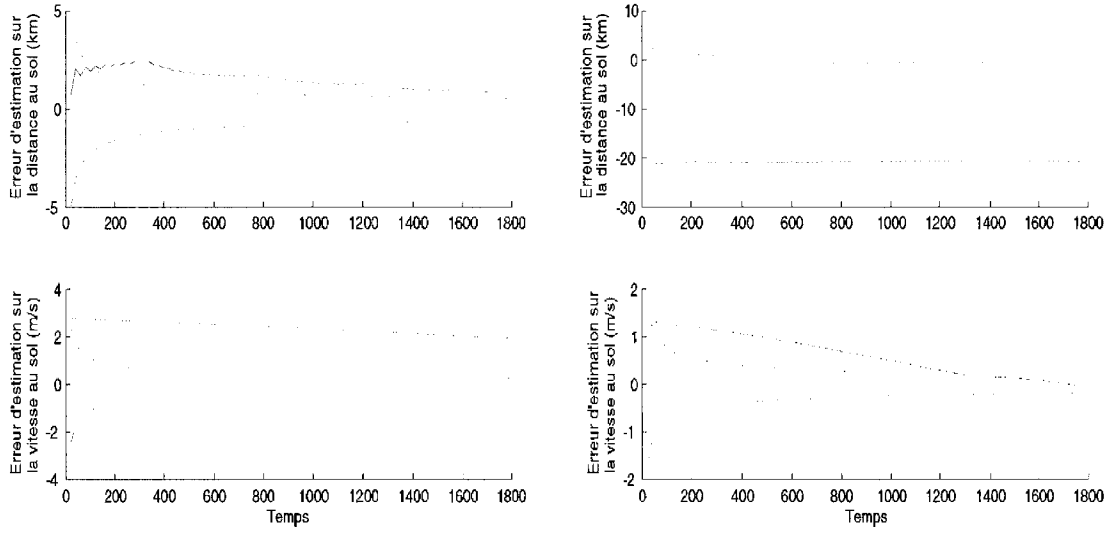

FIG. 3.8 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour l'ICMDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

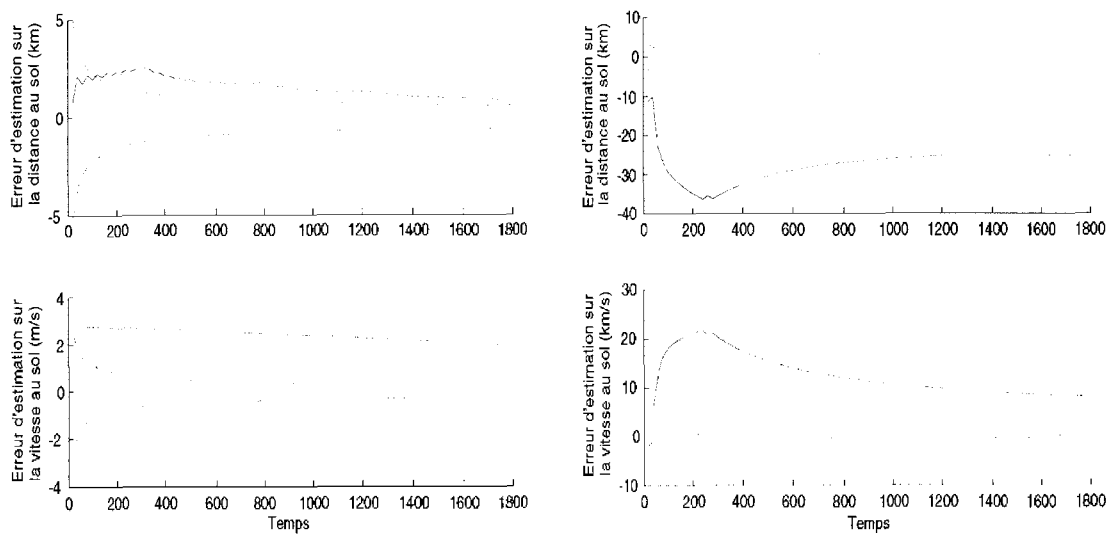

FIG. 3.9 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MCDA : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

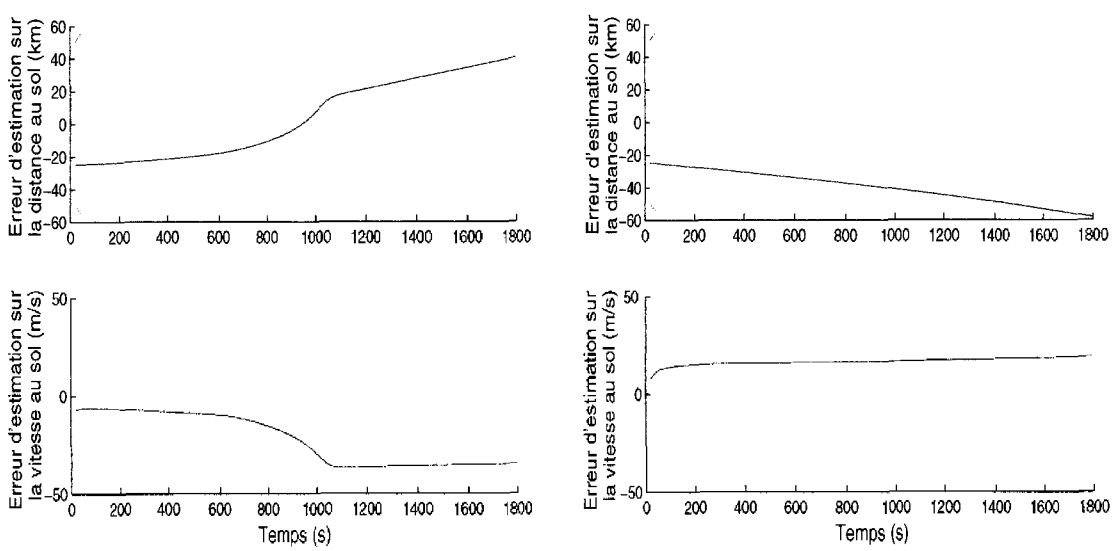

FIG. 3.10 – Deux exemples (droite/gauche) de résultats de simulation pour le MSMF : erreur (bleu) et covariance (rouge) de l'estimation.

3.6 Utilisation directe du modèle MQP au sein d'algorithmes non dérivatifs

Nous venons de voir que les résultats de l'approximation du modèle MQP sont bons. La question que nous pouvons alors nous poser est la suivante : peut-on obtenir des résultats similaires en utilisant directement le modèle MQP, ceci malgré la faible résolution de la mesure de l'angle d'élévation ?
Cette faible résolution n'est pas le seul problème posé par le modèle MQP. En effet, ses fortes non-linéarités empêchent l'utilisation de l'EKF. Nous avons donc été obligés de nous tourner vers des filtres moins classiques en pistage radar : le filtre UKF [JU04] (Unscented Kalman Filter), et le filtre particulaire [DdFG01]. La bonne réponse de ces filtres aux problèmes non-linéaires n'est pas leur seul avantage, puisque dans aucun de ces filtres nous n'avons à exprimer le Jacobien de la transformation, calcul fastidieux aisément source d'erreurs. Nous commençons cette partie par une brève description du principe de l'UKF et de celui du filtre particulaire. Nous appliquons ensuite ces filtres à notre problème.

3.6.1 Principe du filtre UKF

L'algorithme appelé UKF est construit sur le principe d'un algorithme de Kalman, à la différence qu'il utilise ce que ses auteurs ont appelé l' *Unscented Transformation* (UT) pour prendre en compte les problèmes non-linéaires. Cette UT ne nécessite aucun calcul de dérivées. Elle consiste à capturer et propager la moyenne et la covariance d'une variable aléatoire au moyen d'un ensemble de points généralement appelés *sigma points*.

Pour illustrer l'UT, nous considérons deux variables aléatoires U et V avec $V = G(U)$ où G est une fonction quelconque (linéaire ou non). $\hat{U}, \hat{V}, P_U, P_V$ sont les moyennes et covariances de U et V.
Les *sigma points* sont la réunion de $p+1$ vecteurs $\{U_i\}_{i=1}^{p+1}$ et de leurs poids $\{W_i\}_{i=1}^{p+1}$. La seule restriction pour le choix des poids est qu'ils doivent respecter la condition suivante :

$$\sum_{1\ \ 0}^{p} W_i = 1$$

Ces sigma points sont choisis de sorte que :

$$\begin{aligned}
\hat{U} &= \sum_{i=0}^{p} W_i U_i \\
P_U &= \sum_{i=0}^{p} W_i (U_i - \hat{U})(U_i - \hat{U})^T
\end{aligned}$$

La moyenne et la covariance de V sont alors approchées par :

$$\begin{aligned}\hat{V} &\approx \sum_{i=0}^{p} W_i V_i \\ P_V &\approx \sum_{i=0}^{p} W_i (V_i - \hat{V})(V_i - \hat{V})^T\end{aligned}$$

avec pour $i = 0...p$

$$V_i = G(U_i)$$

Suivant les buts et contraintes à respecter, différentes méthodes peuvent être utilisées pour choisir ces sigma points (pour plus de détails nous pouvons nous référer à [JU04]).

On considère le système dynamique suivant :

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= F(x_k) + v_k \\ y_k &= h(x_k) + w_k\end{aligned}$$

où le vecteur d'état x_k est de dimension d_x. Nous posons $p = 2d_x$, l'algorithme 6 décrit le principe de l'UKF.

3.6.2 Principe des filtres particulaires

Les idées de base des filtres particulaires et de l'UKF se ressemblent puisque les filtres particulaires capturent et propagent la densité d'une variable aléatoire en utilisant un ensemble de points pondérés. C'est toutefois la seule caractéristique commune puisque pour un filtre particulaire, ces points, appelés particules, sont tirés suivant une densité de probabilités, et les poids représentent la vraisemblance de ces particules. Les filtres particulaires sont maintenant étudiés depuis plusieurs années et de nombreux travaux les concernant ont été publiés. C'est pourquoi nous ne les décrirons que succinctement, sachant que les livres publiés par [DdFG01] et [RAG04] peuvent aider le lecteur à appréhender ce type de filtre. Leur principe est décrit sur l'algorithme 7.

Initialisation
$\hat{x}_0 = E(x_0)$
$P_0 = E\left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\right]$
Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Calcul des sigma points :
Poids $(\forall k)$

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{\lambda}{d_x+\lambda} \\ W_i &= \frac{1}{2(d_x+\lambda)} \quad i = 1...p \end{aligned}$$

vecteurs :

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{(d_x+\lambda)} \\ X_{0,k-1} &= \hat{x}_{k-1} \\ X_{i,k-1} &= \hat{x}_{k-1} + \alpha\left(\sqrt{P_{k-1}}\right)_i \quad i = 1..d_x \\ X_{i,k-1} &= \hat{x}_{k-1} - \alpha\left(\sqrt{P_{k-1}}\right)_{i-d_x} \quad i = d_x+1..2d_x \end{aligned}$$

λ est un paramètre d'échelle. $\left(\sqrt{P_{k-1}}\right)_i$ est la i^{eme} colonne de la racine carrée de la matrice (c'est à dire le triangle inférieur de la factorisation de Cholesky)

Prédictions

$$\begin{aligned} X_{i,k|k-1} &= F(X_{i,k-1}) \quad i = 0..2d_x \\ \hat{x}_{k|k-1} &= \textstyle\sum_{i=0}^{2d_x} W_i X_{i,k|k-1} \\ Y_{i,k|k-1} &= H(X_{i,k|k-1}) \quad i = 0..2d_x \\ \hat{y}_{k|k-1} &= \textstyle\sum_{i=0}^{2d_x} W_i Y_{i,k|k-1} \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= \textstyle\sum_{i=0}^{2d_x} W_i (X_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) \times ... \\ &\quad (X_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_k \end{aligned}$$

Estimations

$$\begin{aligned} P_{y_k} &= \textstyle\sum_{i=0}^{2d_x} W_i (Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1}) \times ... \\ &\quad (Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1})^T + R_k \\ P_{x_k y_y} &= \textstyle\sum_{i=0}^{2d_x} W_i (X_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) \times ... \\ &\quad (Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1})^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_k &= P_{x_k y_k} P_{y_k}^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - \hat{y}_{k|k-1}) \\ P_k &= P_{k|k-1} - K_k P_{y_k} K_k^T \end{aligned}$$

Fin Pour

Algorithme 6: UKF

Initialisation
$\hat{x}_0 = E(x_0)$
$P_0 = E\left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\right]$
$\omega_0^n = 1$ pour $n = 1...N_p$ (N_p nombre total de particules)

Pour k **de** 1 **à** K **faire**
  Pour n **de** 1 **à** N_p **faire**

    tirage des particules :
    $x_k^n \sim p(x_k^n | x_{k-1}^n)$
    calcul des poids :
    $\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(y_k | x_k^n)$

  Fin Pour
  Résultat :
  $\hat{x}_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \omega_k^n x_k^n$
  $P_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \omega_k^n (x_k^n - \hat{x}_k)(x_k^n - \hat{x}_k)^T$
  [Remarque : en cas de dégénérescence des poids une étape de ré-échantillonnage est ajoutée]
Fin Pour

Algorithme 7: filtre particulaire

L'étape de ré-échantillonnage est utilisée afin d'éviter la dégénérescence des poids vers zéro. Elle consiste à *redistribuer* les particules afin que celles-ci soient toujours localisées dans les zones les plus représentatives de l'espace considéré. Cette étape n'a pas besoin d'être systématique, mais peut intervenir chaque fois qu'un seuil, dépendant des poids, est atteint.

3.6.3 Application des filtres précédents au modèle MQP

Si l'application de l'UKF ne pose pas de problème, il en est autrement de l'application du filtre particulaire. En effet, la mauvaise résolution de la mesure de l'angle d'élévation nous oblige à tirer un très grand nombre de particules : 1000 particules est un *minimorum*, mais il vaut mieux envisager un nombre avoisinant les 10000 particules si l'on veut être sûr du résultat. De plus nous avons constaté que nous obtenions de bien meilleurs résultats en ajoutant une étape de régularisation dont on pourra trouver le détail dans [Oud00]. Cette étape permet de remplacer l'approximation discrète opérée par le filtre particulaire classique, par une approximation *continue* de la densité.

Les résultats de l'utilisation directe du modèle MQP au sein d'algorithmes de pistage sont en général bons, nous en donnons deux exemples figure 3.11. Nous pouvons constater une erreur inférieure à cinq kilomètres sur l'estimation de la distance au sol, et inférieure à trois mètres par seconde sur l'estimation de la vitesse au sol. Cependant, ces résultats ne sont pas systématiques

et se dégradent lorsque l'un des échos issus de la cible change de couche de réflexion : ceci est dû à la mauvaise résolution de la mesure de l'angle d'élévation (c.f. partie 1.1.4.3). En effet, nous savons que lorsqu'on approche d'une transition entre deux couches de réflexion, la pente de la fonction $d = f(\beta)$, (d représente l'une ou l'autre des distances) augmente fortement (voir par exemple la figure 3.13), ainsi une légère variation sur l'angle d'élévation β se traduit par une importante variation sur la distance.
Nous pouvons constater ceci sur la figure 3.12 où une transition intervient dans les cents premiers instants du pistage.

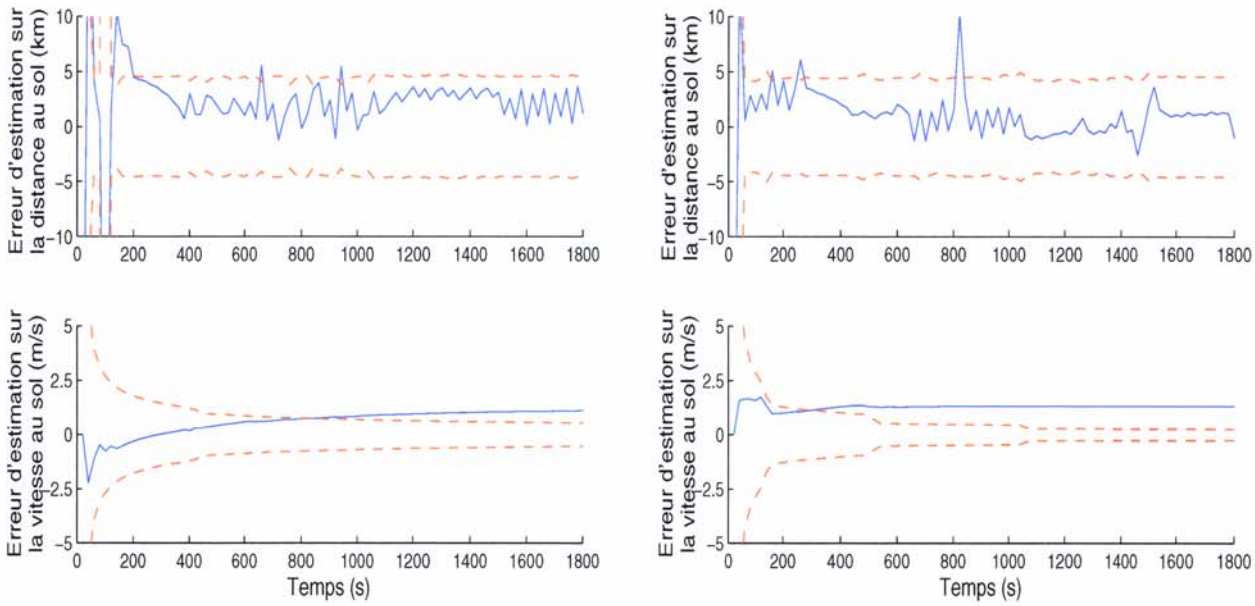

FIG. 3.11 – Exemples de résultats (gauche :UKF / droite :particulaire) lorsqu'on utilise le modèle MQP.

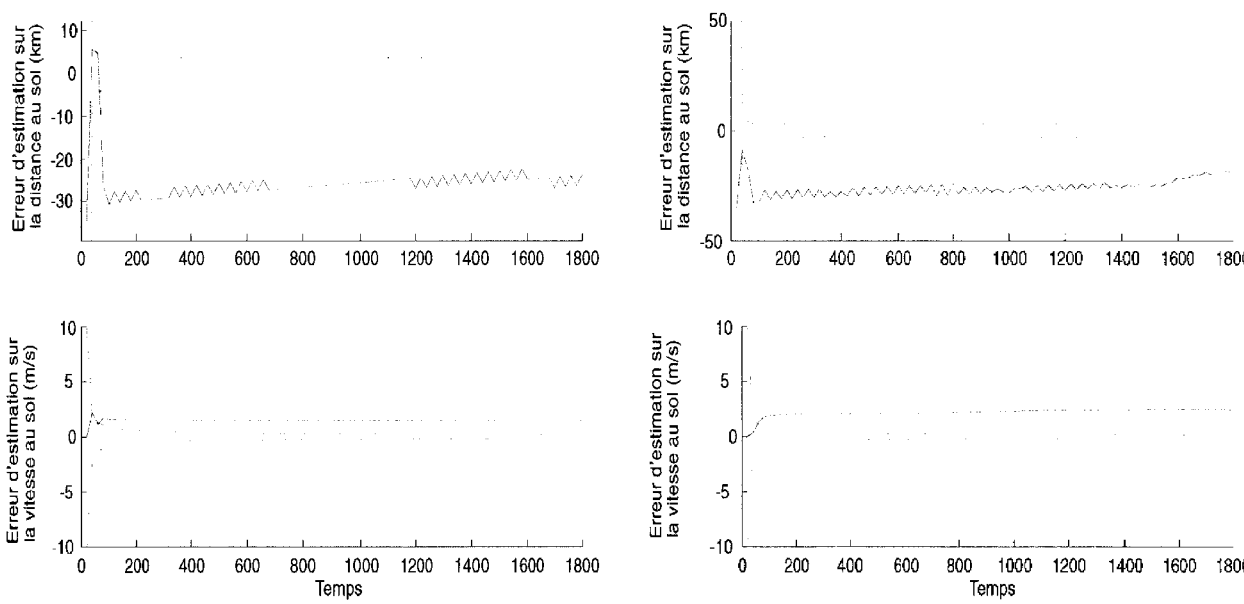

FIG. 3.12 – Effet d'une transition entre deux couches de réflexion, sur la convergence des filtres (gauche :UKF / droite :particulaire).

3.7 Utilisation du modèle MQP avec diminution de l'influence de l'angle d'élévation au sein des algorithmes

Si nous voulons utiliser les résultats précédents, il nous faut résoudre le problème provoqué par la transition entre deux couches de réflexion. La question est donc la suivante : peut-on utiliser le modèle MQP sans que tout repose sur la connaissance de l'angle d'élévation ? Comme nous l'avons rappelé dans le premier chapitre, dans le cas du modèle MQP, il n'existe pas de relation analytique entre la distance de groupe et la distance au sol. Il n'existe en fait pas de relation analytique donnant l'angle d'élévation en fonction de la distance au sol, ou de la distance de groupe. Nous allons donc nous tourner vers des solutions numériques.

3.7.1 Approche numérique : déduction de l'angle d'élévation par dichotomie

Nous proposons une méthode de dichotomie pour exprimer l'angle d'élévation en fonction de l'une ou l'autre des distances.

Supposons que pour chaque couche nous connaissons l'angle d'élévation minimum (E_m) et maximum (E_M) permettant la réflexion. Supposons que nous connaissons l'angle d'élévation (E_f) correspondant à la distance minimale de groupe ou au sol suivant le besoin (ce point est souvent appelé distance de focalisation de la couche). Supposons enfin que nous savons sur quelle partie de la courbe la réflexion a lieu (E_mE_f ou E_fE_M).
Alors, comme la courbe est monotone sur E_mE_f et E_fE_M, par dichotomie nous pouvons trouver l'angle d'élévation correspondant à la distance d'intérêt.

Remarque : la réflexion peut avoir lieu sur les deux parties, E_mE_f et E_fE_M, auquel cas nous aurons deux angles d'élévation pour la couche considérée, soit deux trajets.

Nous pouvons aisément calculer E_m et E_M en utilisant les équations du modèle MQP. Le point E_f est tel que $\frac{\partial}{\partial\theta}d(E_f) = 0$, où $d(E_f)$ est la distance au sol ou de groupe associée au point de focalisation.

Dans cette partie, la notion physique de couche de réflexion n'est pas la meilleure approche, nous allons *re-découper* l'ionosphère de façon plus adaptée. Ceci est illustré sur la figure 3.13 pour un modèle à trois couches ionosphériques principales (donc cinq en comptant les couches de transition).

Physiquement les points notés sur cette figure correspondent à :
E_1 : point associé à l'angle d'élévation minimum de la couche réelle 1
E_2 : point associé à l'angle de focalisation de la couche réelle 1
E_3 : point associé à l'angle d'élévation maximum de la couche réelle 2
E_4 : point associé à l'angle de focalisation de la couche réelle 3
E_5 : point associé à l'angle d'élévation maximum de la couche réelle 4
E_6 : point associé à l'angle de focalisation de la couche réelle 5
E_7 : point associé à l'angle d'élévation maximum de la couche réelle 5

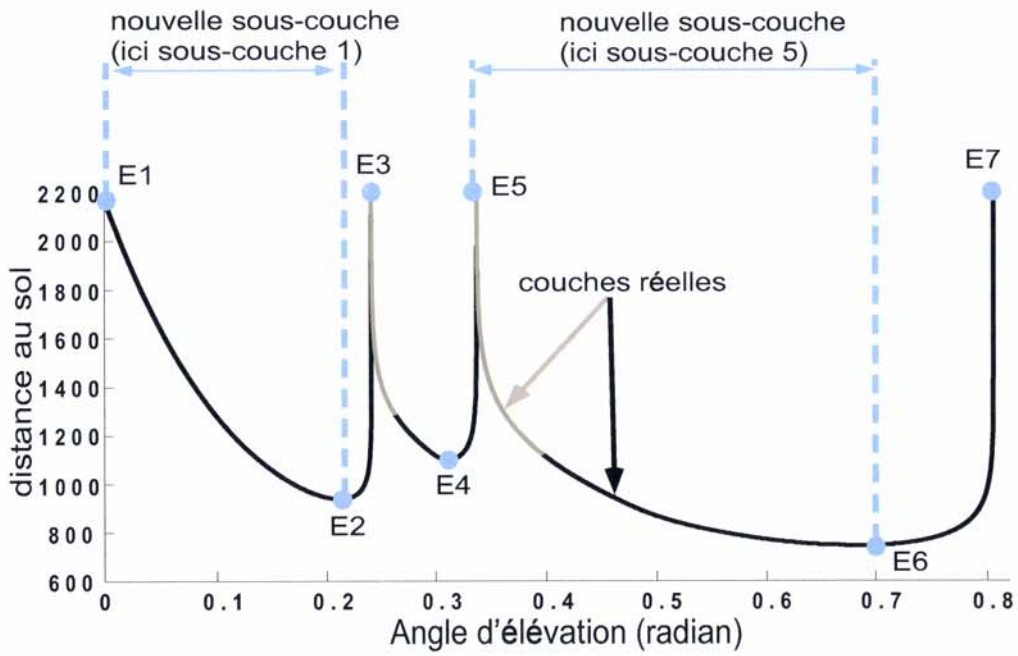

FIG. 3.13 – Re-définition de la notion de couche, adaptée à la dichotomie.

3.7.2 Estimation de l'état de la cible

L'approche numérique du modèle MQP nous ayant permis d'exprimer l'angle d'élévation en fonction des distances, nous ne sommes plus tenus de le faire apparaître dans le vecteur d'état. Celui-ci se résume donc à $x_k = [d_s \; v_s \; A \; \dot{A}]^T$.

Le vecteur de mesure conserve cette information, il est donc identique à celui présenté au 3.2. L'équation de mesure, quant à elle, devient

$$Y_k = h(x_k) + w_k \tag{3.13}$$

Le processus pour calculer Y_k est résumé sur la figure 3.14 et utilise la procédure décrite au 3.7.1 : la distance au sol nous permet à la fois de déduire le nombre de multitrajets et les angles

d'élévation qui y sont associés. Ensuite les équations usuelles du modèle MQP nous permettent de calculer les distances de groupe.

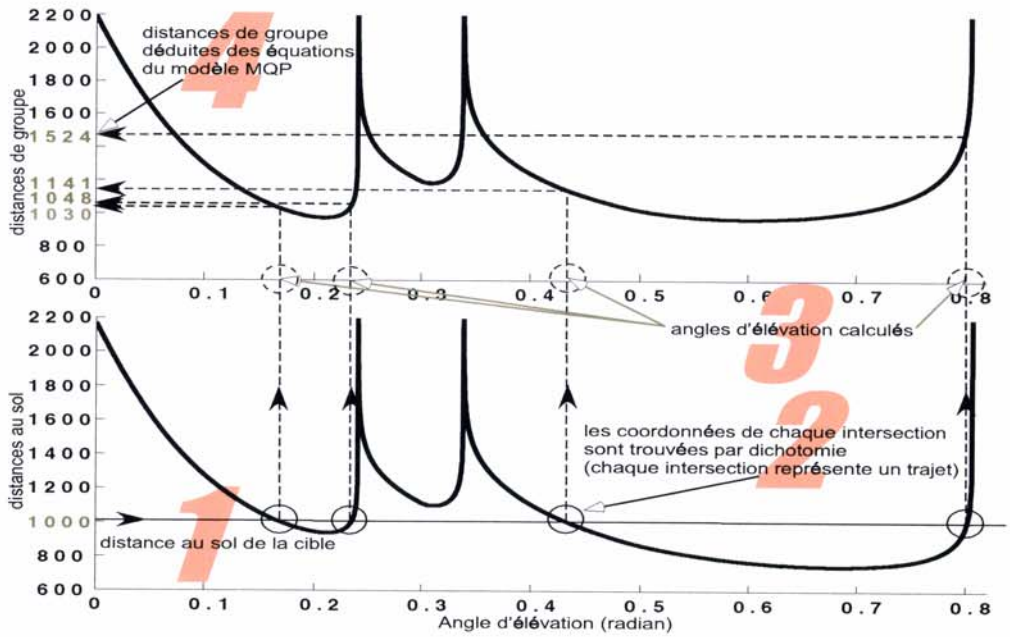

FIG. 3.14 – Déduction de l'angle d'élévation et de la distance de groupe en fonction de la distance au sol.

Nous pouvons résumer ainsi :

$$\begin{cases} \{(d_{g_{k,\ell_c}}, \beta_{k,\ell_c})\}_{c=1}^{2C} & = & h_g(d_{s_k}, \ell_1, ..., \ell_{2C}) \\ v_{g_{k,\ell_c}} & = & \frac{d'_g(\beta_{k,\ell_c})}{d'_s(\beta_{k,\ell_c})} v_{s_k} \text{ pour } c = 1 : 2C \end{cases}$$

h_g est la fonction donnant l'angle d'élévation et la distance de groupe en fonction de la distance au sol. L'angle d'élévation est calculé suivant la méthode proposée au 3.7.1 et la distance de groupe est déduite des équations du modèle MQP. La fonction h_g est appliquée à chacune des $2C$ sous-couches. Lorsque d_{s_k} ne donne pas lieu à une réflexion sur la sous-couche ℓ_c, $(d_{g_{k,\ell_c}}, \beta_{k,\ell_c}) = (\emptyset, \emptyset)$ n'apparaît pas dans le vecteur final Y_k.

Cette fois encore, pour leur bon comportement face à des problèmes non-linéaires et parce qu'ils ne nécessitent aucun calcul de Jacobien, nous allons utiliser les algorithmes UKF et particulaires décrits dans la partie précédente.
Toutes les covariances nécessaires à la mise en œuvre de ces algorithmes sont déduites de celle de l'angle d'élévation (liée à la résolution de la mesure) de la façon suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{d_s} & = & d'_s(\beta)\sigma_\beta \\ \sigma_{d_g} & = & d'_g(\beta)\sigma_\beta \end{cases}$$

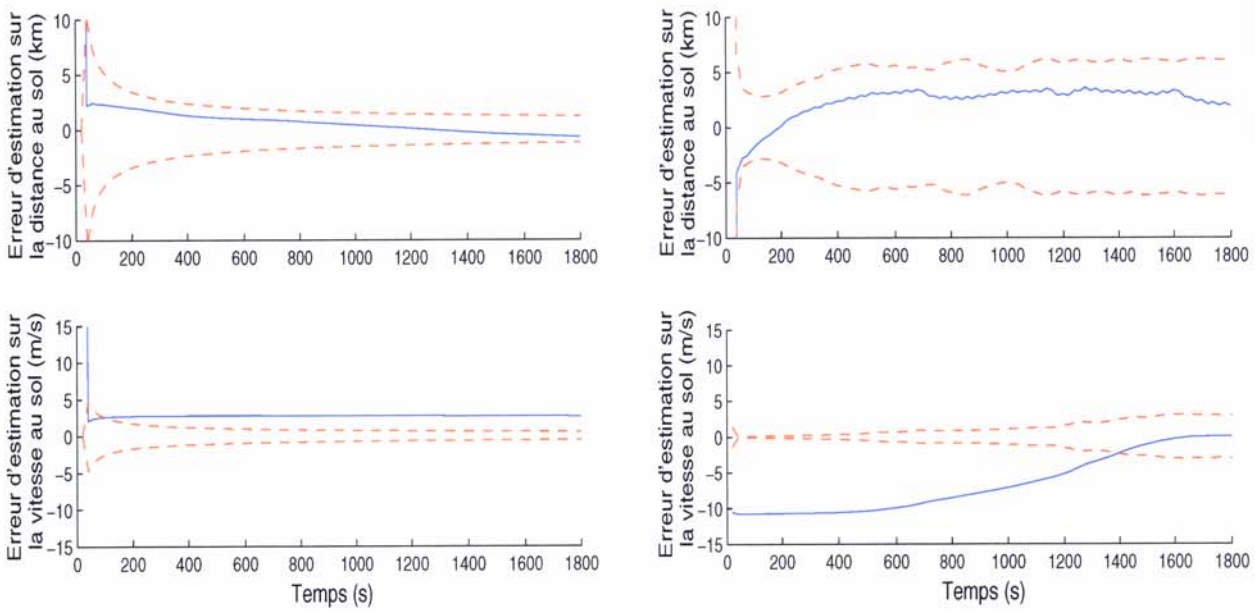

FIG. 3.15 – Exemples de résultats (gauche : UKF / droite : particulaire) lorsqu'on utilise l'approche numérique du modèle MQP.

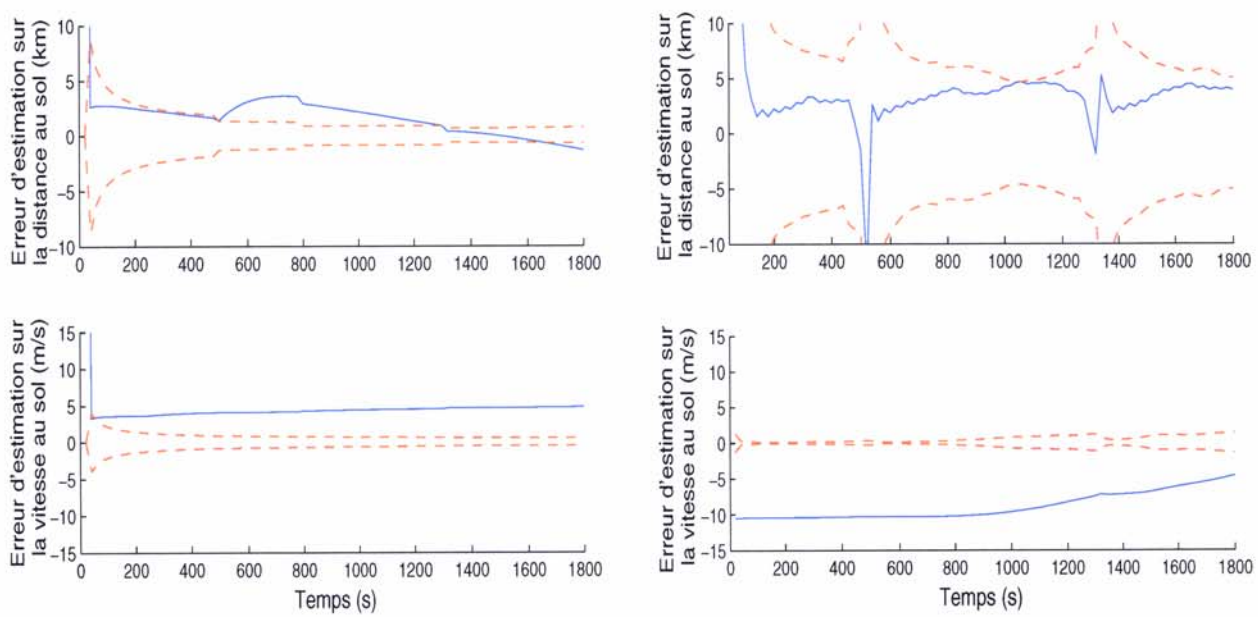

FIG. 3.16 – Robustesse face à une transition entre deux couches de réflexion.

3.7.3 Application des filtres au modèle MQP avec approche numérique

L'objectif que nous nous étions fixé, à savoir, conserver les bons résultats de la partie précédente, tout en améliorant la convergence dans le cas d'une transition entre deux couches de réflexion est atteint, comme le prouve les figures 3.15 et 3.16. Ces figures ont été obtenues dans les mêmes conditions de simulation que les figures 3.11 et 3.12 de la partie précédente.
De plus, l'angle d'élévation n'apparaissant plus dans le vecteur d'état, nous n'avons plus besoin de 10000 particules (1000 s'avèrent suffisantes).

3.8 Comparaison des résultats de simulation des méthodes présentées

Dans cette partie, nous comparons les différents modèles utilisés dans les différents algorithmes. Nous donnons en particulier les racines des erreurs quadratiques moyennes de chaque cas ainsi que les temps relatifs moyens de calcul.
Nous ferons souvent référence à une méthode en associant l'algorithme et le modèle, le tout séparé par un tiret, de la façon suivante : l'*ICMDA-approximation MQP*, représente l'application de l'ICMDA au modèle de propagation déduit de l'approximation du modèle MQP.

	EKF	MSMF	EMDA	MCDA	ICMDA	PF	UKF
Martyn	1						
Variante de Martyn		2.35	33.33	65.61	22.33		
Approximation du modèle MQP		13.30	17.09	102.25	33.76		
modèle MQP						$\emptyset$	1.01
modèle MQP approche numérique						77.9	51.12

TAB. 3.3 – Comparaison des temps de calculs relatifs moyens (par rapport à l'EKF-Martyn) pour les différents modèles et algorithmes

A titre indicatif nous donnons le temps moyen de l'*EKF-Martyn* sur un pentium 2GHz, en utilisant le logiciel Matlab : 0.42 secondes.

Nous présentons dans la suite de cette partie deux types de figures, pour chaque cas : l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) pour chaque instant k, figures 3.17 à 3.19, calculée sur 50 simulations indépendantes, et l'ensemble des erreurs pour chacune des 50 simulations, figures 3.20 à 3.25.

Nous n'avons pas calculé les résultats moyens du filtre particulaire appliqué au modèle MQP. Le nombre de particules nécessaires étant important, son temps de calcul s'avère démesurément grand, pour des performances finales similaires à l'*UKF-MQP* (ceci apparaît sur les figures 3.11 et 3.12 de la partie 3.6).

Approximation de Martyn
Étant donnée la simplicité du modèle et de l'algorithme appliqué, il n'est pas surprenant que le meilleur temps de calcul moyen soit atteint pour l'*EKF-Martyn*. Ses résultats moyens sont toutefois parmi les moins bons (figure 3.18) à cause du domaine de validité du théorème de Martyn : lorsque l'angle d'élévation est trop bas ou que les échos renvoyés par la cible approchent d'une transition entre deux couches, les performances se dégradent et peuvent atteindre jusqu'à 80 km d'erreur (figure 3.21-droite). Ceci est regrettable puisque lorsqu'on ne se trouve pas dans ces situations, ses performances sont bonnes : toujours sur la figure 3.21-droite, nous pouvons constater une erreur inférieure à $10km$ pour de nombreuses simulations (pour environs un cas sur deux).

Variante de l'approximation de Martyn
Le modèle de propagation déduit de la variante de l'approximation de Martyn étant finalement peu précis, il semble plus judicieux d'utiliser un algorithme opérant par calcul de moyenne, comme le MSMF, que décidant de la meilleure couche de réflexion tels que l'EMDA, le MCDA ou l'ICMDA (comparaison des figures 3.22-droite, 3.23-droite, 3.24-droite, 3.25-droite).
Le MSMF appliqué à ce modèle affiche des performances moyennes semblables à celles de l'*EKF-Martyn*, son temps de calcul n'en est d'ailleurs pas très différent. Nous pourrions préférer le *MSMF-variante de Martyn* à l'*EKF-Martyn*, puisque pour des temps et des valeurs moyennes similaires, son écart-type (non explicitement calculé) est plus réduit (comparaison des figures 3.21droite 3.22-droite).

Approximation du modèle MQP
L'approximation du modèle MQP est généralement plus précise que la variante de Martyn. Ceci se traduit par de meilleurs résultats moyens de convergence (fig. 3.18). De plus on remarque que ce gain en précision rend l'utilisation de l'EMDA, du MCDA et de l'ICMDA plus intéressante que celle du MSMF. En effet, le modèle semble suffisamment précis pour envisager l'utilisation de la couche de réflexion la plus probable plutôt qu'une valeur moyenne. Le gain en précision du à l'utilisation de ce modèle par rapport à celui déduit de la variante de Martyn est particulièrement mis en évidence sur les figures 3.23-gauche, et 3.24-gauche comparées aux figures 3.23-droite et 3.24-droite.
Remarque : les performances de l'EMDA sont moins intéressantes que celles des MCDA et ICMDA, alors que dans le chapitre 2 nous avons vu qu'elles étaient semblables sur des modèles linéaires. Ceci est une conséquence de l'adaptation de ces algorithmes aux cas non-linéaires : pour le MCDA et l'ICMDA nous avons utilisé un nouveau développement étudié pour prendre en compte les non-linéarités alors que dans le cas de l'EMDA nous avons simplement utilisé une approximation dérivée de l'EMDA initial. Cette approximation s'avère suffisamment bonne pour donner des résultats corrects, mais ne rivalise pas avec les développements des algorithmes MCDA et ICMDA.

Modèle MQP
L'utilisation directe du modèle MQP, qu'on utilise une approche analytique ou numérique, donne finalement les meilleures performances. L'approche numérique, pour laquelle l'importance de l'angle d'élévation est moindre, conduit à de meilleurs résultats. Ceci est flagrant avec l' *UKF-MQP numérique* sur les figures 3.18 et 3.20, où en comparant les figures de droite et de gauche on constate que même lors d'une transition entre deux couches les performances ne changent pas, et restent comprises entre -5 et 5 km d'erreur. Le cas du *Particulaire-MQP numérique* est particulier car nous avons utilisé un faible nombre de particules (100), pour une question de temps (afin de pouvoir réaliser les 50 simulations) : même avec ce faible nombre, son temps de calcul est le second temps le plus élevé. Toutefois même ainsi il affiche des performances similaires à l'*UKF-MQP*, ce qui laisse présager qu'avec un nombre plus adapté (500 à 1000 particules suffisent dans notre cas) son EQM se rapprocherait de celle de l'*UKF-MQP numérique*.

L'*UKF-MQP numérique* est donc la meilleure méthode que nous pouvons utiliser avec le radar Nostradamus : son erreur d'estimation de la distance au sol de la cible est systématiquement

comprise entre -5 et $5\ km$, pour une résolution en distance de groupe de $5\ km$. Son erreur d'estimation de la vitesse au sol de la cible est très souvent inférieure à $10ms^{-1}$, et enfin son temps de calcul, ni le meilleur, ni le pire, est tout à fait adapté au radar Nostradamus.

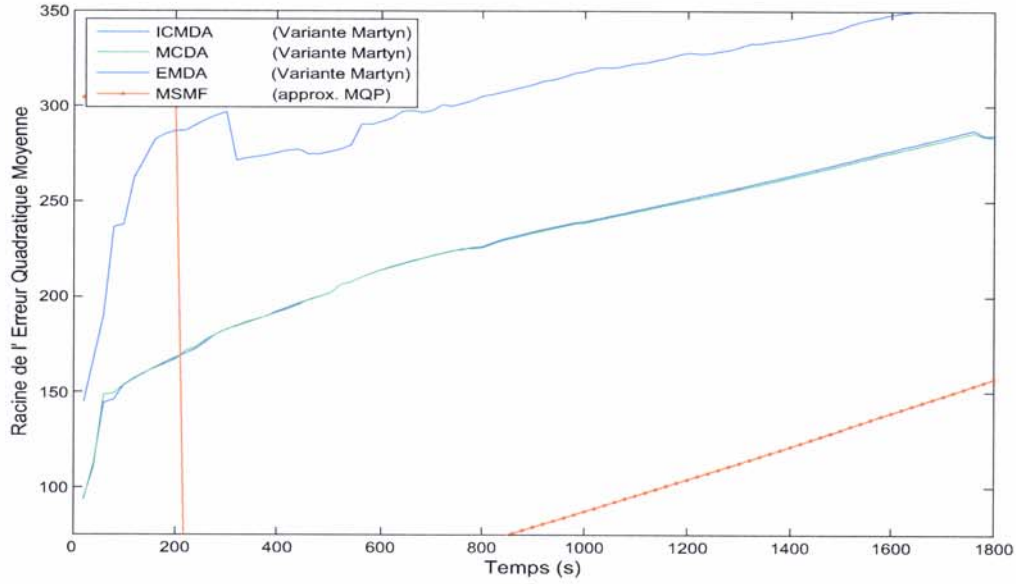

FIG. 3.17 – Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les distances au sol, pour différentes méthodes (1).

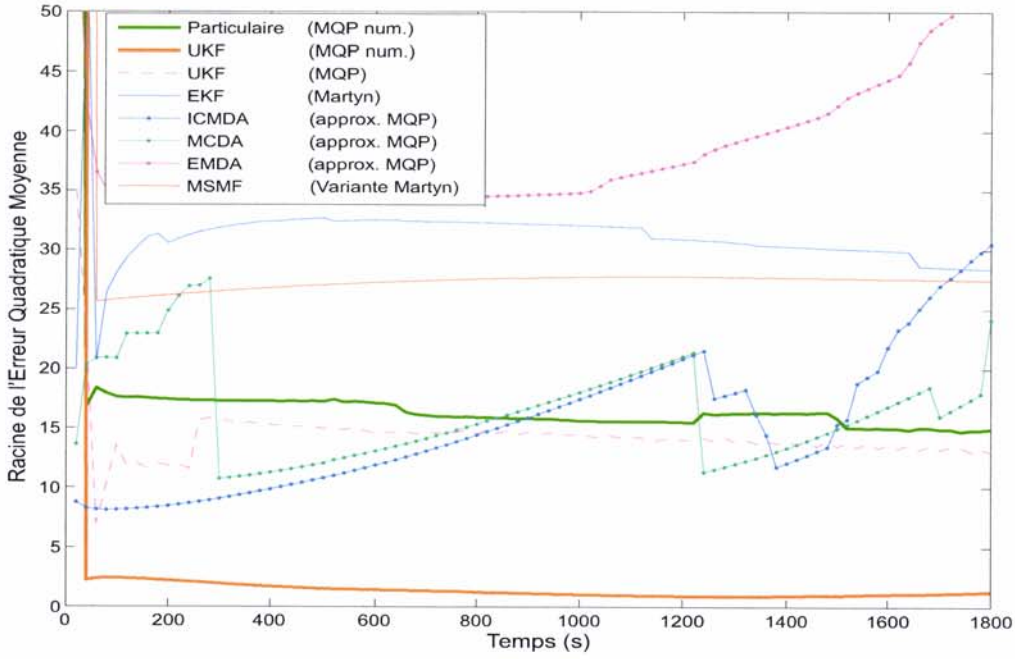

FIG. 3.18 – Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les distances au sol, pour différentes méthodes (2).

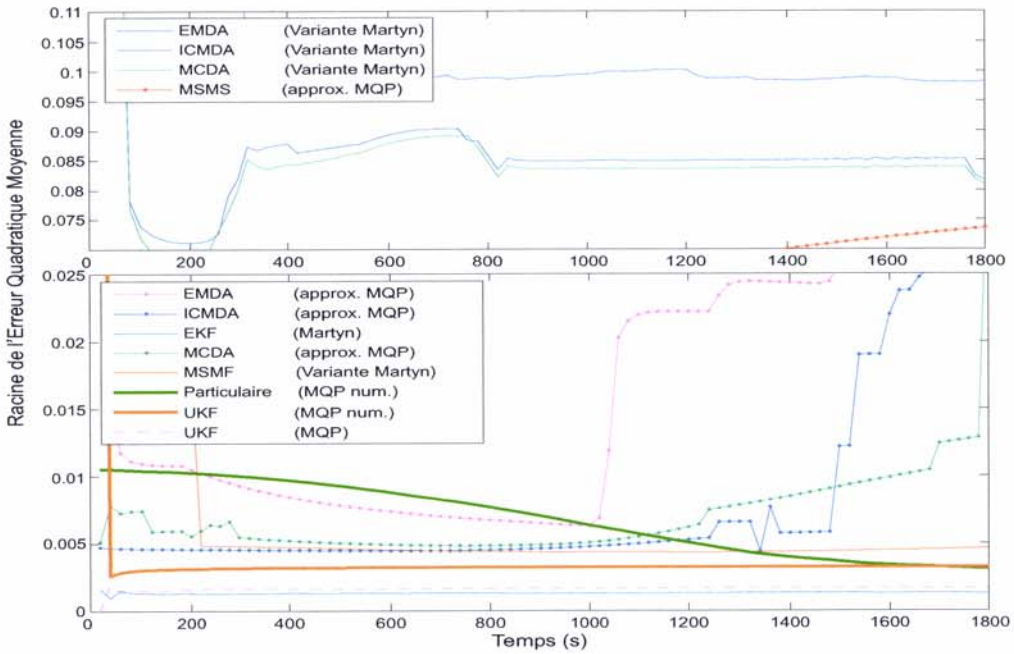

FIG. 3.19 – Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne sur les vitesses au sol, pour différentes méthodes.

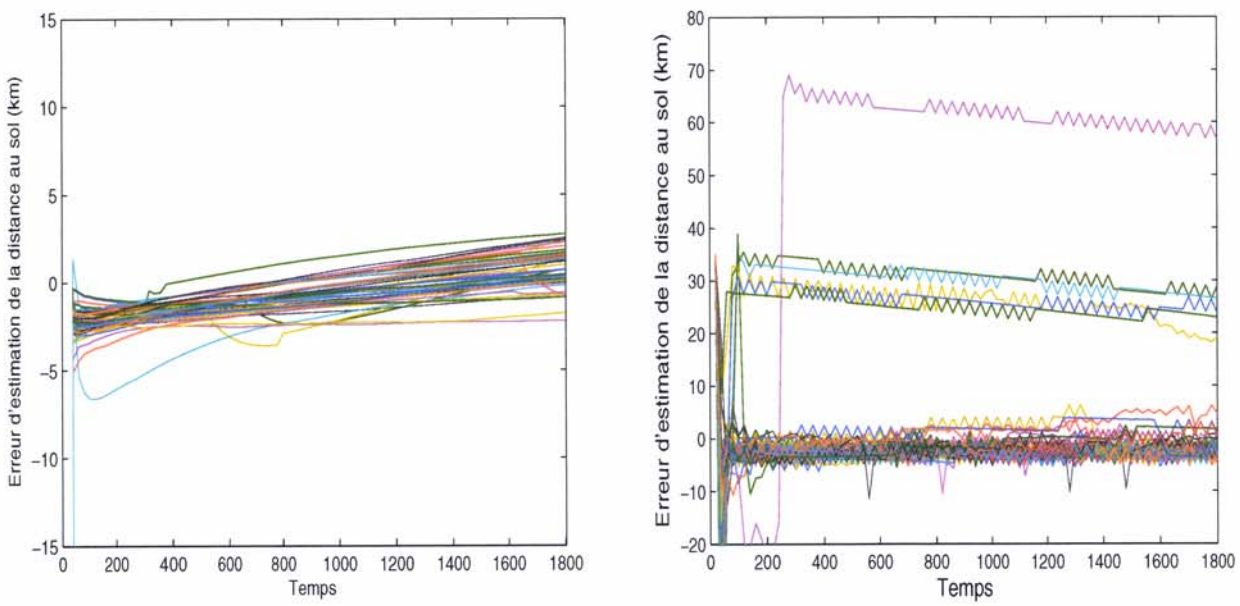

FIG. 3.20 – Résultats des 50 simulations pour l'UKF appliqué à l'approche numérique du modèle MQP (gauche), au modèle MQP (droite).

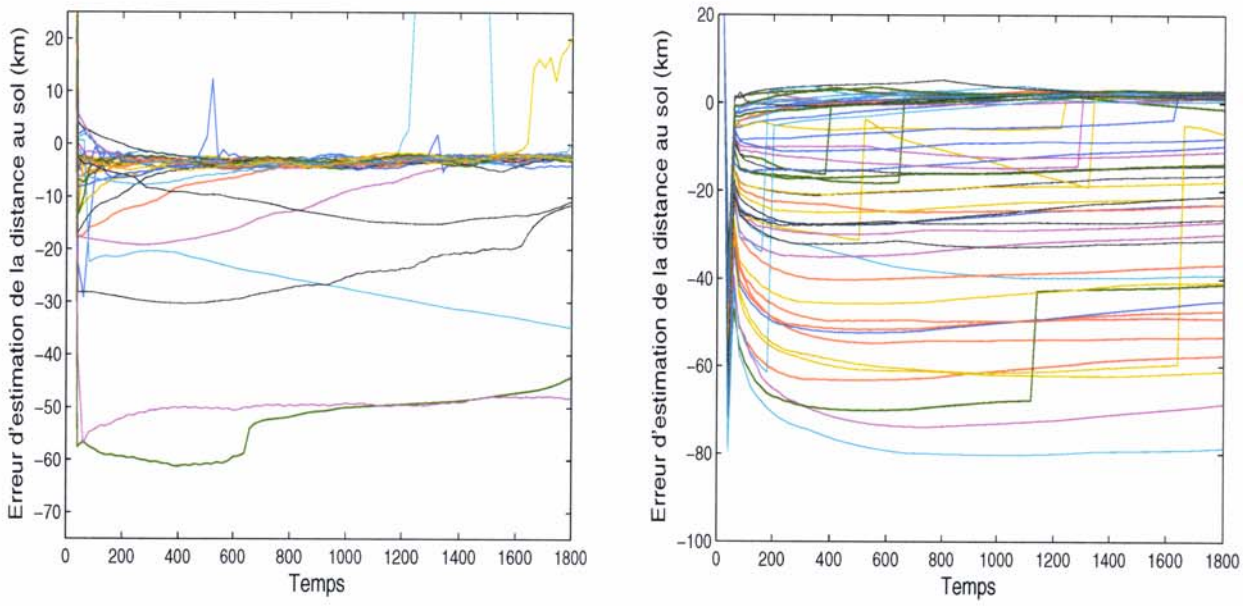

FIG. 3.21 – Résultats des 50 simulations pour le particulaire appliqué à l'approche numérique du modèle MQP (gauche), et pour l'EKF appliqué à l'approximation de Martyn (droite).

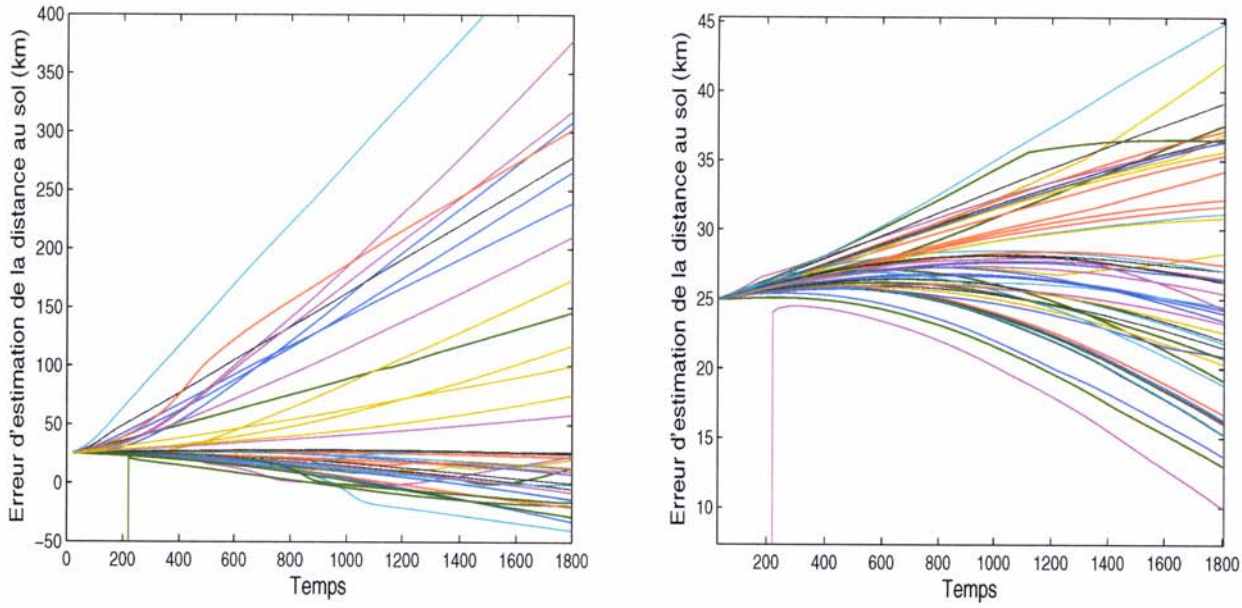

FIG. 3.22 – Résultats des 50 simulations pour le MSMF appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite).

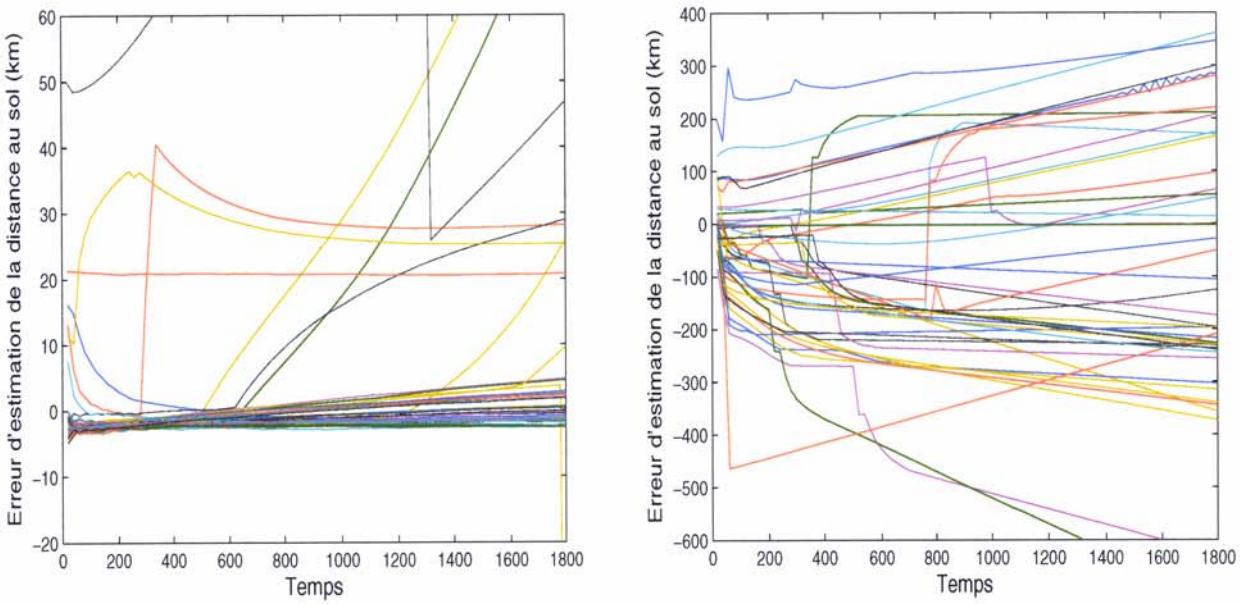

FIG. 3.23 – Résultats des 50 simulations pour le MCDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite).

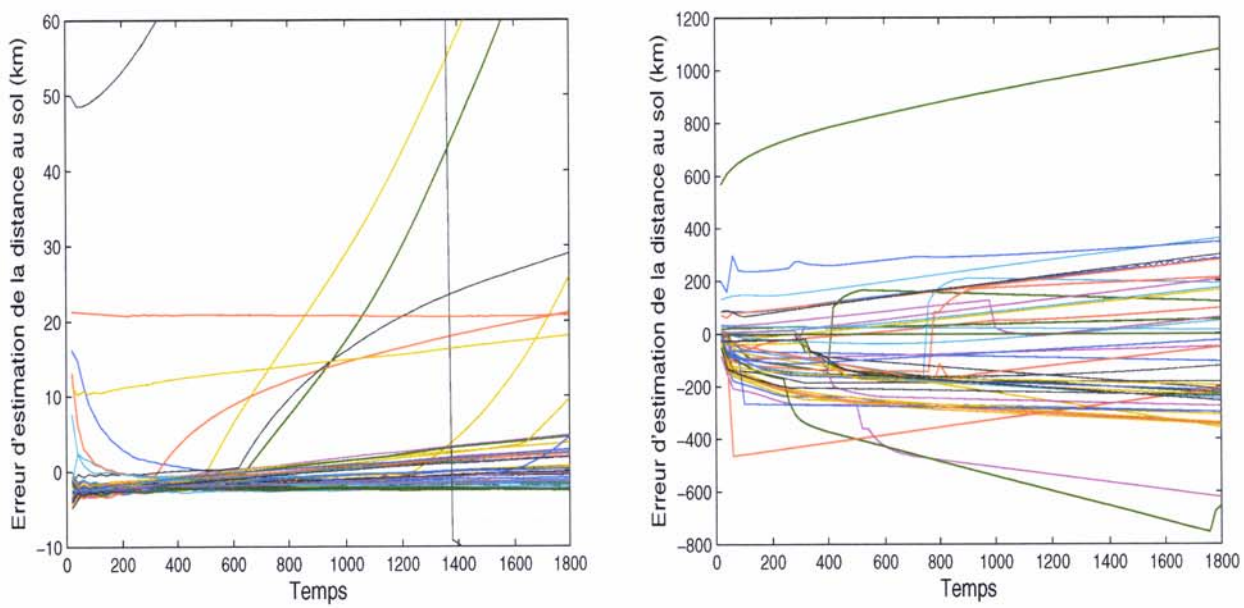

FIG. 3.24 – Résultats des 50 simulations pour l'ICMDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite).

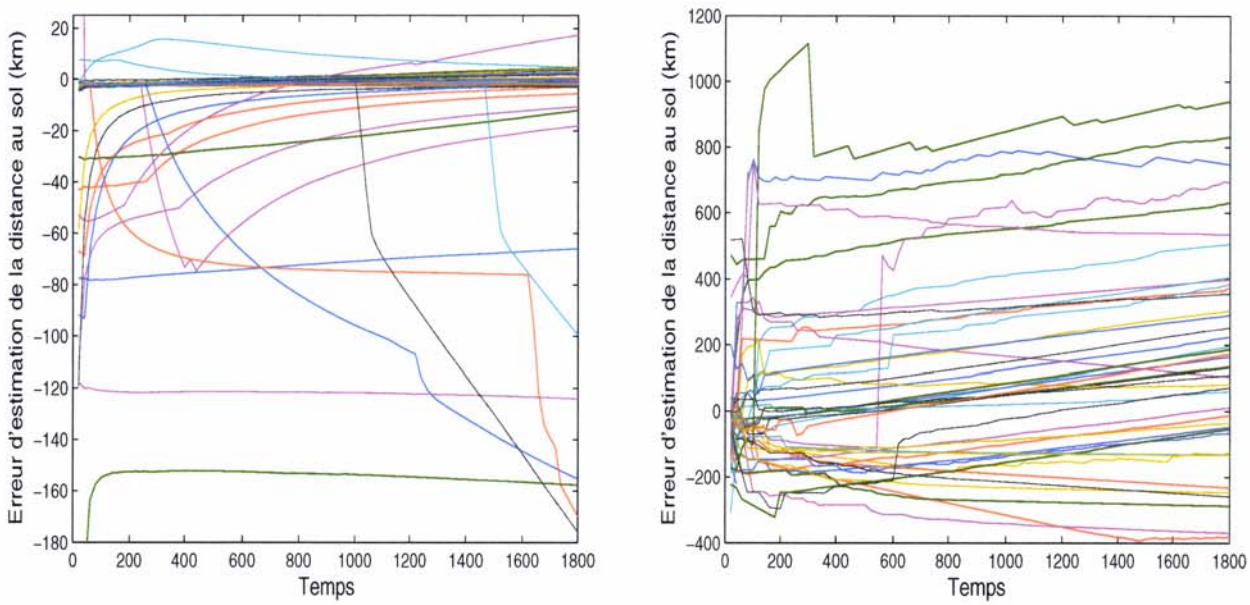

FIG. 3.25 – Résultats des 50 simulations pour l'EMDA appliqué à l'approximation du modèle MQP (gauche), à la variante de Martyn (droite).

3.9 Traitement des Fausses Alarmes et de la probabilité de détection

Jusqu'à présent nous avons considéré que tous les échos étaient détectés par le radar, et que tous les échos détectés étaient les échos en provenance d'une cible. Les choses ne sont pas aussi simples puisqu'aucune des deux affirmations précédentes n'est vraie.
Tous les échos ne sont pas détectés par le radar : nous pouvons définir une probabilité de détection P_d des échos. Cette probabilité dépend du radar en lui même et des stratégies de détection utilisées. Elle dépend aussi du milieu de propagation. En l'occurrence nous pourrions définir une probabilité de détection propre à chaque couche de réflexion.
De même qu'il peut ne pas détecter toutes les cibles à tous les instants, le radar peut détecter plus de cibles qu'il n'y en a réellement. La probabilité de cet événement s'appelle Probabilité de Fausse Alarme et est notée P_{fa}. Cette probabilité est bien sur liée à la précédente puisque plus on cherche à faire remonter P_d vers 1 plus on a de chance de détecter des échos parasites.

Tous les algorithmes décrits dans ce chapitre permettent de prendre en compte ces deux probabilités. Dans le cas des algorithmes d'association de données, par exemple, il *suffit* de considérer les Fausses Alarmes et la non-détection comme des mesures provenant de modèles supplémentaires. L'effet néfaste d'une telle méthode est de démultiplier le nombre d'hypothèses à prendre en compte, et donc le temps de calcul.

Nous nous sommes alors tournés vers une approche différente, applicable à tous les algorithmes :
le Probabilistic Data Association Filter (PDAF) [BSF88, ch.6] est un algorithme relativement simple à implémenter, dont la gestion des Fausses Alarmes et des non-détections est efficace et peu coûteuse en puissance de calcul. Un poids est attribué à chaque mesure, en fonction de sa probabilité de provenir d'une cible ou non. L'estimation finale se fait alors par *moyennage* des résultats. Nous avons décidé d'appliquer un PDAF mais uniquement dans l'espace des mesures. Les méthodes développées s'appliquent alors aux résultats du PDAF.
Le principal inconvénient de cette méthode est de ne pas pouvoir prendre en compte des probabilités de détection différentes pour chaque couche de réflexion. Les avantages sont multiples :

- lissage des mesures
- création des différentes pistes (une piste $\Longleftrightarrow$ un trajet)
- gestion des Fausses Alarmes et des non-détections
- temps de calcul peu élevé

Une illustration est donnée figure 3.26.
Cette approche nous permet d'utiliser les algorithmes précédents sans modifications et sans que leur temps de calcul *n'explose*. Pour bien faire, il nous faut simplement considérer que la matrice R n'est plus la covariance du bruit de mesure mais celle de l'erreur d'estimation du PDAF.

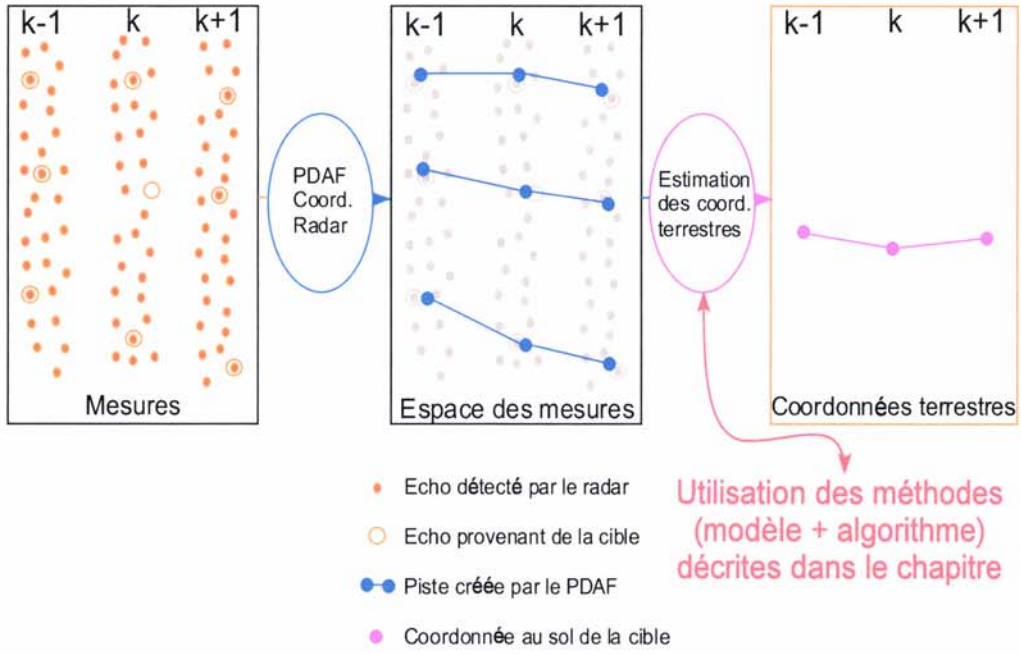

FIG. 3.26 – Schéma de la chaîne de traitement de pistage considérée sur Nostradamus.

3.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le problème de l'estimation des coordonnées terrestres d'une seule cible pouvant générer plusieurs trajets. Nous avons supposé connus les paramètres des modèles de propagations utilisés. Ces deux hypothèses, contexte monocible et connaissance parfaite des paramètres des modèles, sont difficilement applicables dans la réalité, mais elles nous ont permis d'évaluer et de comparer les différentes approches.
Ces approches ont suivi une progression aussi logique que chronologique, puisque nous avons débuté par la plus simple à mettre en œuvre avec le radar Nostradamus, c'est à dire l' *EKF-Martyn*. Ses résultats peuvent se montrer précis et son temps de calcul est le plus faible mais malheureusement, la variance des résultats est trop importante pour que nous l'utilisions vraiment dans un contexte réel. Nous nous sommes alors tournés vers les méthodes utilisables, voire utilisées avec les autres radars transhorizons, l'EMDA, le MCDA, l'ICMDA et le MSMF appliqués à la variante de Martyn. Seul le MSMF s'avère intéressant dans ce cas là, l'erreur commise sur l'estimation de la distance au sol étant souvent comprise entre 20 et 30 kilomètres, pour une variance bien moindre que celle de l'*EKF-Martyn*. Nous avons alors remplacé le modèle de propagation basée sur la variante de Martyn, qui possède de ce fait les mêmes défauts que celle basée directement sur le Théorème de Martyn, par l'approximation que nous avons proposée du modèle MQP. Nous avons alors pu constater une amélioration des résultats, en particulier avec l'utilisation des algorithmes MCDA et ICMDA, utilisant le développement que nous avons proposé. Cependant, l'approximation du modèle MQP, même si elle est bonne n'est pas parfaite et certains profils ionosphériques la mettent à mal. Nous avons alors décidé d'utiliser directement ce modèle de propagation. Le meilleur algorithme que nous ayons trouvé a été l'UKF et les résultats se sont avérés tout à fait encourageants, malgré la mauvaise résolution de la mesure de l'angle d'élévation, celle-ci faisant sentir son effet néfaste lors d'une transition entre deux couches de réflexion. Nous avons alors proposé une *interprétation* numérique du modèle MQP permettant de déduire l'angle d'élévation de l'une des distances. Les effets de la résolution en distance de groupe (qu'il faut bien avouer moyenne malgré tout...) étant bien moins catastrophiques que les effets de la résolution en angle d'élévation, les résultats se sont alors avérés tout à fait utilisables.
C'est pourquoi dans le chapitre suivant nous allons adapter cette méthode au cas réel, basée sur l'application d'un UKF au modèle MQP où une partie des calculs sont menés de manière numérique. C'est à dire que nous allons proposer une méthode permettant de conserver les résultats de ce chapitre bien que les paramètres du modèle ne soient pas parfaitement connus, mais issus d'estimations.

Chapitre 4

Adaptation au cas réel : estimation des coordonnées au sol lorsque les paramètres des modèles sont estimés

4.1 Introduction

Le théorème de Martyn mis à part, nous avons besoin des paramètres des modèles de propagation. Ceux-ci ne sont pas directement disponibles mais obtenus, soit à la suite d'estimations basées sur des mesures de l'ionosphère (ionogramme), soit à partir de modèles prédictifs. Dans tous les cas, cela introduit des incertitudes sur ces paramètres.
Nous montrons dans ce chapitre que les incertitudes doivent être prises en compte afin de ne pas introduire un biais dans les résultats, pouvant être important.
Nous adaptons le dernier algorithme présenté, dont les résultats sont les plus prometteurs. Nous montrons tout d'abord qu'un Mixture Kalman Filter (MKF) [CL00] peut être utilisé. Puis, prouvant que cela n'a pas d'incidence sur les temps de calculs, nous remplaçons ce MKF par un filtre particulaire Rao-Blackwellisé [CR00], permettant une estimation jointe de l'état de la cible et des paramètres du modèle MQP. Nous concluons ce chapitre par divers résultats obtenus sur données simulées mais aussi sur données réelles.

Définition du vecteur des paramètres du modèle MQP

Dans les chapitres suivants le vecteur des paramètres du modèle MQP est appelé λ. Dans notre cas nous n'avons besoin que de sept paramètres :
quatre hauteurs :
- h_E : hauteur de la base de la couche E
- h_{F1} : hauteur de la base de la couche $F1$
- h_{F2} : hauteur de la base de la couche $F2$
- $h_{F2,M}$: hauteur maximale de la couche $F2$.

trois fréquences critiques :
- f_E : fréquence critique de la couche E
- f_{F1} : fréquence critique de la couche $F1$
- f_{F2} : fréquence critique de la couche $F2$

Le vecteur λ s'écrit alors :

$$\lambda = \begin{bmatrix} h_E \\ f_E \\ h_{F1} \\ f_{F1} \\ h_{F2} \\ f_{F2} \\ h_{F2,M} \end{bmatrix}$$

où les hauteurs sont données en kilomètres et les fréquences en Méga Hertz.

4.2 Problèmes liés aux incertitudes sur les paramètres du modèle MQP

Nous voudrions utiliser les bons résultats de la dernière méthode présentée, l'UKF basée sur le modèle MQP avec une approche numérique. Cependant, ces résultats ont été obtenus en considérant les paramètres du modèles MQP comme parfaitement connus. Ceci est irréaliste. Dans la pratique, nous n'avons accès à ces paramètres qu'au travers :
- d'estimations réalisées par sondage ionosphérique
- de prédictions (modèle NeQuick)

Si nous ne prenons pas en compte les incertitudes introduites par les traitements précédents, un biais important peut apparaître dans les résultats.
Pour illustrer ce phénomène, nous avons appliqué l'UKF basée sur le modèle MQP avec une approche numérique aux simulations réalisées au 3.7, en remplaçant les *vrais* paramètres par des estimations (figure 4.1).
Le tableau 4.1 donne les paramètres de la simulation.
A l'analyse des résultats, la nécessité de la prise en compte des incertitudes est évidente.

Remarque : la dernière courbe (profil estimé 3) n'apparaît pas sur la figure 4.1 car l'algorithme n'a rien pu faire.

paramètres réels	erreur profil estimé 1	erreur profil estimé 2	erreur profil estimé 3
90.08	-2	-4	-10
2.46	-0.01	-0.01	-1
112.03	-5	6	15
4.45	-0.01	-0.01	-1
169.40	-10	15	45
5.28	-0.01	-0.01	-1
247.00	-20	-22	30

TAB. 4.1 – Paramètres du modèle MQP utilisés pour les simulations

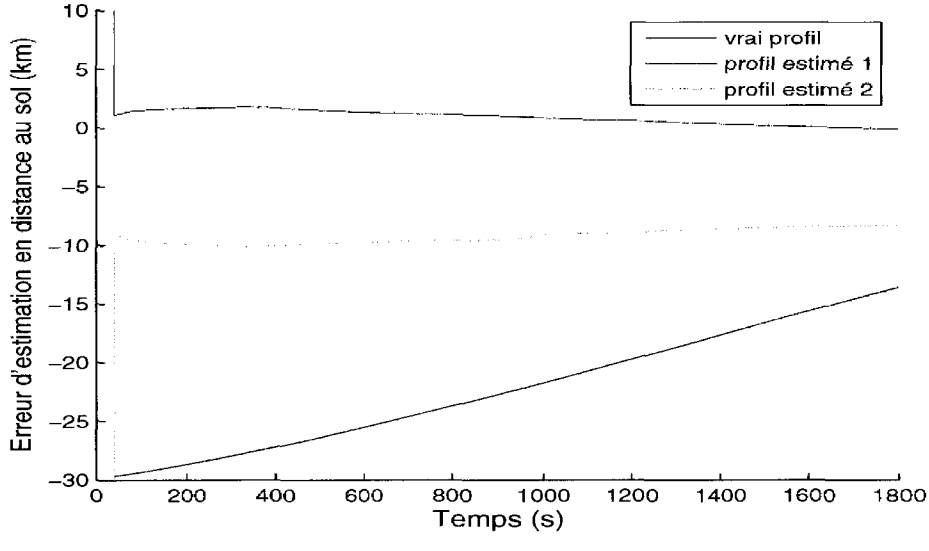

FIG. 4.1 – Conséquences sur les performances de pistage, des erreurs d'estimation des paramètres du modèle MQP.

4.3 Prise en compte des incertitudes des paramètres

4.3.1 Utilisation de l'algorithme MKF (Mixture Kalman Filter)

Soit le système dynamique suivant paramétré par λ :

$$\begin{cases} x_k &= f_\lambda(x_{k-1}) &+ w_k \\ y_k &= h_\lambda(x_k) &+ v_k \end{cases} \tag{4.1}$$

Le vecteur des paramètres λ suit la densité de probabilité $p(\lambda)$.
f_λ et h_λ sont des fonctions paramétrées par λ.
Si l'on connaît la distribution de λ en fonction des mesures $\mathbb{Y}_k$, le MKF [CL00] (Mixture Kalman Filter), permet de réaliser une estimation séquentielle de $E\{x_k|\mathbb{Y}_k\}$.
En effet, pour $\Lambda_k = \{\lambda_j\}_{j=1}^{k}$,

$$p(x_k|\mathbb{Y}_k) = \int p(x_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k)p(\Lambda_k|\mathbb{Y}_k)d\Lambda_k \tag{4.2}$$

si $p(x_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k)$ est gaussienne, alors nous pouvons l'approximer par un filtre de type Kalman (dans notre cas un UKF). La séquentialisation se fait sur le principe de celle du filtre particulaire. L'algorithme 8 résume le principe du MKF tel qu'il a été publié par ces auteurs, dans le cas de paramètres discrets. Nous ne le décrirons pas plus en détail, puisque le lecteur peut trouver les informations à son sujet dans [CL00].

Initialisation
$\hat{x}_0 = E(x_0)$
$P_0 = E\left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\right]$
$\omega_0^n = 1$ pour $n = 1...N_p$ (N_p nombre total de *particules*)

Pour k **de** 1 **à** K **faire**
Pour n **de** 1 **à** N_p **faire**

tirage des *particules* :
$\lambda_k^n \sim p(\lambda_k^n | \lambda_{k-1}^n, UKF_{k-1}^n)$
UKF_{k-1}^n est l'approximation de $p(x_k|\mathbb{Y}_k, \lambda_{k-1}^n)$ issue de l'itération au temps $k-1$ de l'UKF utilisant λ_{k-1}^n
calcul d'une itération de Kalman :
calcul de $\hat{x}_k^{UKF(n)}$ et $P_k^{UKF(n)}$, moyenne et covariance de l'état de la cible, estimées par UKF en considérant que les paramètres valent Λ_k^n
calcul des poids :
$\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(y_k|x_k^n, \lambda_k^n)$

Fin Pour

normalisation des poids :
$\tilde{\omega}_k^n = \frac{\omega_k^n}{\sum_{n_1=1}^{N_p} \omega_k^{n_1}}$ pour $n = 1 : N_p$

Résultat :
$\hat{x}_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n \int x_k^n p(x_k|\mathbb{Y}_k, \lambda_k^n) dx$
$P_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n (x_k^n - \hat{x}_k)(x_k^n - \hat{x}_k)^T$
[Remarque : en cas de dégénérescence des poids une étape de ré-échantillonnage est ajoutée]
Fin Pour

Algorithme 8: Mixture Kalman Filter

Le problème dans notre cas est double : les paramètres sont continus et nous n'avons pas facilement accès à $p(\lambda_k^n|\lambda_{k-1}^n, UKF_{k-1}^n)$. Nous avons alors utilisé le développement suivant, toujours sur le modèle du MKF : en repartant de l'équation (4.2)

$$p(x_k|\mathbb{Y}_k) = \int p(x_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k) \frac{p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)}{p(\mathbb{Y}_k)} d\Lambda_k \tag{4.3}$$

sachant que $p(\mathbb{Y}_k) = \int p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k$ ne dépend pas de Λ_k nous avons

$$p(x_k|\mathbb{Y}_k) = \frac{1}{\int p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k} \int p(x_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k)p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k$$

On pose $\omega_k = p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)$. Comme précédemment on approche $p(x_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k)$ par les résultats d'un UKF utilisé avec les paramètres Λ_k. L'intégrale est déduite d'une approximation Monte-Carlo, nous avons alors :

$$p(x_k|\mathbb{Y}_k) \approx \frac{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_k^{UKF(n)}, P_k^{UKF(n)})}{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n} \tag{4.4}$$

De là, nous pouvons déduire la moyenne et la covariance de x_k. La séquentialisation se fait aussi sur le principe de celle du filtre particulaire. L'algorithme 9 synthétise cette démarche.

Initialisation
$\hat{x}_0 = E(x_0)$
$P_0 = E\left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\right]$
$\omega_0^n = 1$ pour $n = 1...N_p$ (N_p nombre total de *particules*)

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_p **faire**

tirage des *particules* :
$\lambda_k^n \sim p(\lambda_k^n|\Lambda_{k-1}^n)$
calcul d'une itération de Kalman :
calcul de $\hat{x}_k^{UKF(n)}$ et $P_k^{UKF(n)}$, moyenne et covariance de l'état de la cible, estimées par UKF en considérant que les paramètres valent Λ_k^n
calcul des poids :
$\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Lambda_k^n)$

Fin Pour

normalisation des poids :
$\tilde{\omega}_k^n = \frac{\omega_k^n}{\sum_{n_1=1}^{N_p} \omega_k^{n_1}}$ pour $n = 1 : N_p$

Résultat :
$\hat{x}_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n \int x_k \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_k^{UKF(n)}, P_k^{UKF(n)}) dx$
$P_k = \Sigma_{n-1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n (x_k^n - \hat{x}_k)(x_k^n - \hat{x}_k)^T$
[Remarque : en cas de dégénérescence des poids une étape de ré-échantillonnage est ajoutée]

Fin Pour

Algorithme 9: Autre développement du MKF

4.3.2 Estimation jointe des paramètres du modèle MQP et de l'état de la cible : filtre RB-UPF

Nous pouvons établir un lien entre le MKF précédemment décrit et le filtre particulaire Rao-Blackwellisé [CR00] [MR01] lorsqu'on l'utilise pour estimer simultanément les paramètres du modèle et de l'état de la cible.
Le filtre particulaire Rao-Blackwellisé est un filtre particulaire où une partie du calcul n'est plus menée de façon numérique suivant un tirage Monte-Carlo, mais se fait de manière analytique. Or connaissant les paramètres du modèle MQP, il est possible de calculer analytiquement la densité régissant l'état de la cible. Nous allons voir dans cette partie qu'il est alors équivalent d'utiliser un MKF pour estimer l'état de la cible ou un filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour estimer l'état de la cible et les paramètres du modèle MQP.

Nous utilisons toujours le système dynamique (4.12). Nous cherchons maintenant à estimer conjointement le vecteur d'état et des paramètres au sens de l'EQMM, ce qui revient à estimer l'espérance $E\{\mathbb{X}_k, \Lambda_k|\mathbb{Y}_k\}$ où $\Lambda_k = \{\lambda_j\}_{j=1}^{k}$.

$$E\{\mathbb{X}_k, \Lambda_k|\mathbb{Y}_k\} = \int \left(\int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k) d\mathbb{X} \right) \Lambda_k p(\Lambda_k|\mathbb{Y}_k) d\Lambda_k \tag{4.5}$$

$$E\{\mathbb{X}_k, \Lambda_k|\mathbb{Y}_k\} = \int \left(\int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k) d\mathbb{X} \right) \Lambda_k \frac{p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)}{p(\mathbb{Y}_k)} d\Lambda_k \tag{4.6}$$

sachant que $p(\mathbb{Y}_k) = \int p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k$ ne dépend pas de Λ_k nous avons

$$E\{\mathbb{X}_k, \Lambda_k|\mathbb{Y}_k\} = \frac{1}{\int p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k} \int \left(\int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k) d\mathbb{X} \right) \Lambda_k p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k)p(\Lambda_k)d\Lambda_k$$

Le calcul de la première intégrale (en $\mathbb{X}$) peut se faire de manière analytique, celui de la seconde est approché numériquement par méthode Monte Carlo. Nous avons alors :

$$\hat{\mathbb{X}}_k \approx \frac{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n \int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k^n) d\mathbb{X}}{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n} \tag{4.7}$$

$$\hat{\Lambda}_k \approx \frac{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n \Lambda_k^n}{\sum_{n=1}^{N_p} \omega_k^n} \tag{4.8}$$

où $\Lambda_k^n \sim p(\Lambda_k)$ et $\omega_k^n = p(\mathbb{Y}_k|\Lambda_k^n)$.
L'intégrale $\int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k^n) d\mathbb{X}$ peut être approchée par un UKF. Nous notons $\mathbb{X}_k^{UKF(n)}$ le résultat au temps k d'un UKF utilisant les paramètres Λ_k^n.

$$\int \mathbb{X}_k p(\mathbb{X}_k|\mathbb{Y}_k, \Lambda_k^n) d\mathbb{X} \approx \mathbb{X}_k^{UKF(n)}$$

Sous les approximations habituelles du filtrage particulaire nous pouvons donner au filtre une forme séquentielle puisque :

$$\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Lambda_k^n) \tag{4.9}$$

et

$$\lambda_k^n \sim p(\lambda_k|\Lambda_{k-1}^n) \tag{4.10}$$

L'algorithme 10 résume cette partie.

Initialisation
$\hat{x}_0 = E(x_0)$
$P_0 = E\left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\right]$
$\omega_0^n = 1$ pour $n = 1...N_p$ (N_p nombre total de particules)

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_p **faire**

tirage des particules :

$$\lambda_k^n \sim p(\lambda_k^n|\Lambda_{k-1}^n) \tag{4.11}$$

calcul d'une itération de Kalman :
calcul de $x_k^{UKF(n)}$ et $P_k^{UKF(n)}$, moyenne et covariance de l'état de la cible, estimées par UKF en considérant que les paramètres valent Λ_k^n
calcul des poids :
$\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \Lambda_k^n)$

Fin Pour

normalisation des poids :
$\tilde{\omega}_k^n = \frac{\omega_k^n}{\sum_{n_1=1}^{N_p} \omega_k^{n_1}}$ pour $n = 1 : N_p$

Résultat :
$\hat{x}_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n x_k^{UKF(n)}$
$P_k = \Sigma_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n (x_k^n - \hat{x}_k)(x_k^n - \hat{x}_k)^T$
$\hat{\lambda}_k = \sum_{n=1}^{N_p} \tilde{\omega}_k^n \Lambda_k^n$
[Remarque : en cas de dégénérescence des poids une étape de ré-échantillonnage est ajoutée]

Fin Pour

Algorithme 10: filtre particulaire Rao-Blackwellisé, utilisé pour l'estimation jointe des paramètres et de l'état (RB-UPF)

Nous pouvons aisément remarquer que les algorithmes 9 et 10 sont finalement similaires, hormis lors de l'étape du calcul des résultats. De plus en comparant les algorithmes 8, 9 et 10, nous

remarquons que l'estimation des paramètres ne rajoute pas vraiment de temps de calcul. Nous appliquerons donc à notre problème l'algorithme 10, que nous dénommerons dans la suite RB-UPF pour *Rao-Blackwellized Unscented Particle Filter.*

4.3.3 Application du filtre RB-UPF à notre problème

Nous utilisons le formalisme du modèle précédemment décrit, à la différence que le vecteur de mesure y_k est en fait un vecteur *composé* : Y_k. Les équations du système dynamique sont donc :

$$\begin{cases} x_k &= Fx_{k-1} + w_k \\ Y_k &= h_\lambda(x_k) + v_k \end{cases} \tag{4.12}$$

λ représente le vecteur des paramètres du modèle MQP tel que défini dans l'introduction du chapitre 4.
h_λ est donc la fonction décrite au 3.7, utilisant comme paramètres le vecteur λ.
Y_k représente l'ensemble des Mt_k multitrajets détectés au temps k : $Y_k = \{y_{i,k}\}_{i-1}^{Mt_k}$

L'équation (4.9) s'écrit donc :

$$\omega_k^n = \omega_{k-1}^n p(Y_k | \mathbb{Y}_{k-1}, \Lambda_k^n) \tag{4.13}$$

4.4 Prise en compte du cas où les paramètres du modèle sont fixes

Pour des temps de pistage peu élevés, l'ionosphère ne varie pas, ou peu. Or ceci pose un problème, puisque dans le cas de paramètres statiques, il est reconnu que les filtres particulaires se montrent peu efficaces, la présence des paramètres statiques provoquant un appauvrissement des particules. Plusieurs approches peuvent alors être envisagées.
Nous pouvons introduire une légère perturbation aléatoire, comme proposé dans [GSS93]. Le problème de l'introduction d'une telle perturbation artificielle est une perte d'information, puisque les paramètres sont réellement statiques. L'utilisation d'un lissage des paramètres par noyau (gaussien) est introduite dans [Wes93]. Là encore, il est possible de montrer que cela introduit une perte d'information, c'est pourquoi, une règle de *contraction* est introduite dans la localisation du noyau. Les deux précédentes méthodes peuvent être liées et [LW01] propose une connexion directe entre l'introduction d'une perturbation artificielle et le lissage par un noyau gaussien ne provoquant pas de perte d'information. Enfin, il nous est possible d'utiliser le principe de régularisation [Oud00] appliqué aux cas de l'augmentation de bruit (dans notre cas nous désirons augmenter le bruit de dynamique).
Dans la suite du document, les test réalisés utilisent la méthode décrite dans [LW01]. Appliquées à notre problème, les méthodes [LW01] et [Oud00] sont finalement très similaires. Nous avons toutefois opté pour [LW01] pour la règle de *contraction*, introduite dans la localisation du noyau.
La procédure de lissage par noyau gaussien avec *contraction* dans la localisation du noyau est présentée ci-dessous. Pour les justifications théoriques, le lecteur pourra se référer au document initial.

Pratiquement, l'équation (4.11) de l'algorithme 10 devient :

$$\lambda_k^n \sim \mathcal{N}(a\lambda_{k-1}^n + (1-a)\hat{\lambda}_{k-1}, h^2 P_{\lambda,k-1}) \tag{4.14}$$

où $\hat{\lambda}_{k-1}$ et $P_{\lambda,k-1}$ sont respectivement la moyenne et la covariance des paramètres, estimées au temps $k-1$, $a = \frac{3\delta-1}{2\delta}$, $h^2 = 1 - a^2$, $\delta \in [0, 1[$, en général δ est choisi entre 0.95 et 0.99.

4.5 Résultats

4.5.1 Simulations

4.5.1.1 Estimation des coordonnées au sol de la cible

Sur la figure 4.2 nous donnons un exemple de résultat de pistage, obtenu avec le RB-UPF, utilisé avec 500 particules. Les paramètres de la simulations sont les mêmes que ceux qui nous ont permis d'obtenir la figure 4.1, en particulier, nous avons repris comme paramètres du modèle Multi-Quasi-Parabolique ceux donnés dans le tableau 4.1. Nous pouvons constater l'efficacité de la méthode puisque les erreurs sont de l'ordre de 5 km, ce qui est bon, relativement à la résolution de la mesure de la distance de groupe (5 km). Nous constatons aussi que cette fois la troisième courbe apparaît, ce qui n'était pas le cas figure 4.1.

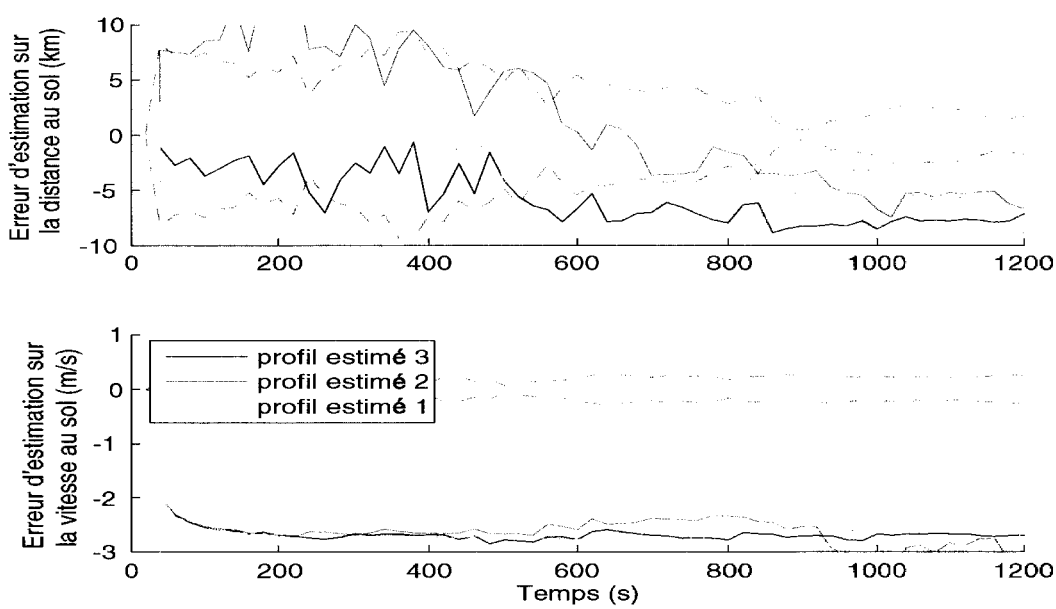

FIG. 4.2 – Conséquences sur le pistage, de la prise en compte des erreurs d'estimation des paramètres du modèle MQP.

Nous donnons une étude de l'Erreur Quadratique Moyenne de la méthode, figure 4.3. Pour une question de temps nous avons réduit le nombre de particule à une centaine. Les 50 simulations sont les mêmes que pour le chapitre 3, cependant nous avons introduit une erreur dans les paramètres du modèle MQP de :

$$\varepsilon_\lambda = \begin{bmatrix} -10 \\ -1 \\ 15 \\ -1 \\ 45 \\ -1 \\ 30 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

La matrice de covariance utilisée a été :

$$P_\lambda = \begin{bmatrix} 5^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45^2 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

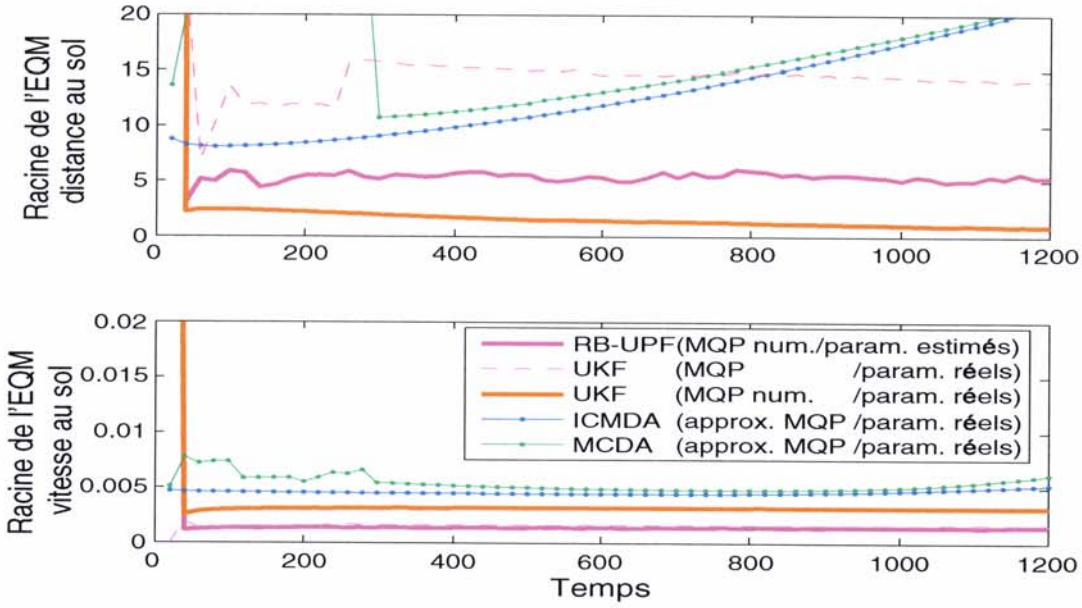

FIG. 4.3 – Racine de l'erreur Quadratique Moyenne de l'estimation des coordonnées au sol par RB-UPF, lorsque les paramètres du modèle de propagation sont estimés.

Nous avons repris sur la figure 4.3 certaines EQM de méthodes décrites dans le chapitre précédent, lorsque les paramètres sont connus. Nous pouvons constater que même si une dégradation apparaît par rapport à la méthode dont elle est originaire (*UKF-MQP numérique*), l'EQM

du RB-UPF reste inférieure aux autres méthodes utilisant pourtant les paramètres réels.
De plus avec un nombre plus approprié de particules (500 à 1000), les résultats auraient été meilleurs. Toutefois le temps moyen obtenu au cours des simulations était d'environ 800 secondes. Ceci représente environs 12 secondes de traitement par échantillons.
Le radar Nostradamus peut être utilisé de trois façons différentes suivant les buts recherchés :

- une acquisition toutes les 3 secondes
- une acquisition toutes les 20 secondes
- une acquisition toutes les 90 secondes

Nous voyons donc que notre méthode est utilisable à l'heure actuelle en temps réel dans les deux derniers cas. Pour le premier, sachant que certaines étapes du RB-UPF peuvent être parallélisées, sachant qu'une programmation en C rigoureuse peut améliorer les temps de calcul et sachant que les processeurs peuvent être améliorés, nous pensons qu'il est possible à court ou moyen terme d'utiliser une telle méthode sur le radar Nostradamus.
La figure 4.4 reprend le détail des 50 simulations. Nous voyons que même avec une centaine de particules la majorité des erreurs est inférieure à $10\ km$.

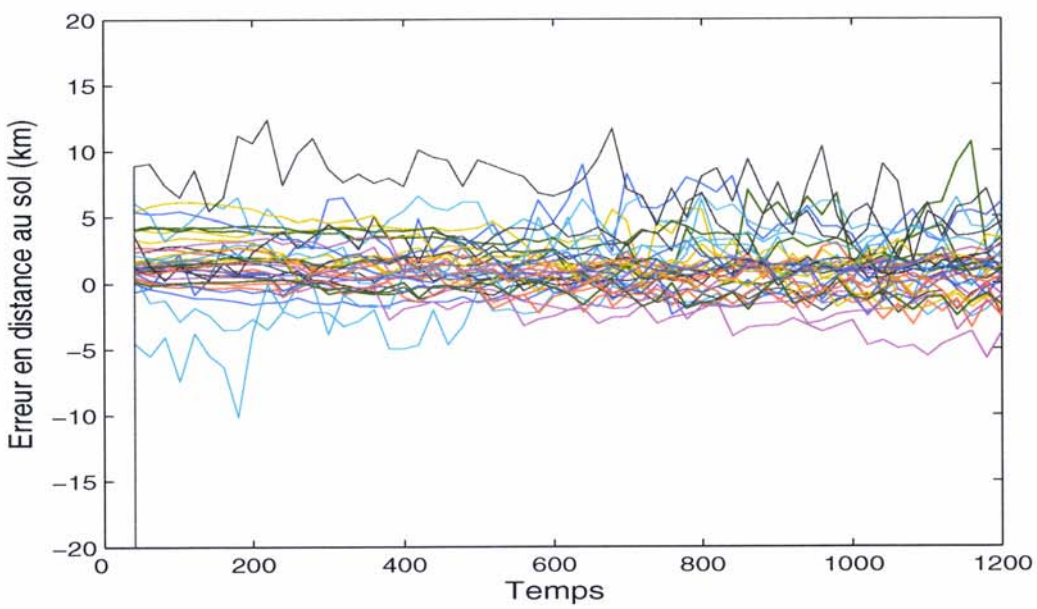

FIG. 4.4 – Erreur d'estimation de la distance au sol de la cible des 50 simulations utilisées pour le calcul de l'EQM.

4.5.1.2 Estimation des paramètres du modèle MQP

Les figures 4.5 et 4.6 donnent des résultats représentatifs d'estimations des paramètres du modèle MQP suivant la méthode présentée précédemment. Les pointillés représentent les valeurs initiales, obtenues par inversion de sondage ionosphérique. Comme nous pouvons le constater

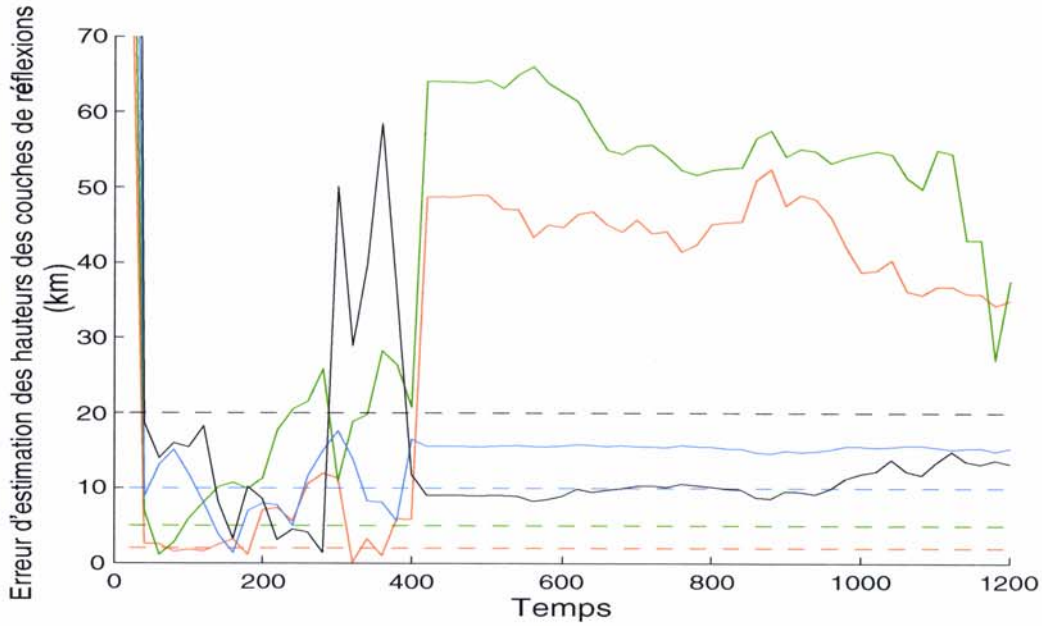

FIG. 4.5 – Exemple de résultats d'estimation des hauteurs des couches de réflexion.

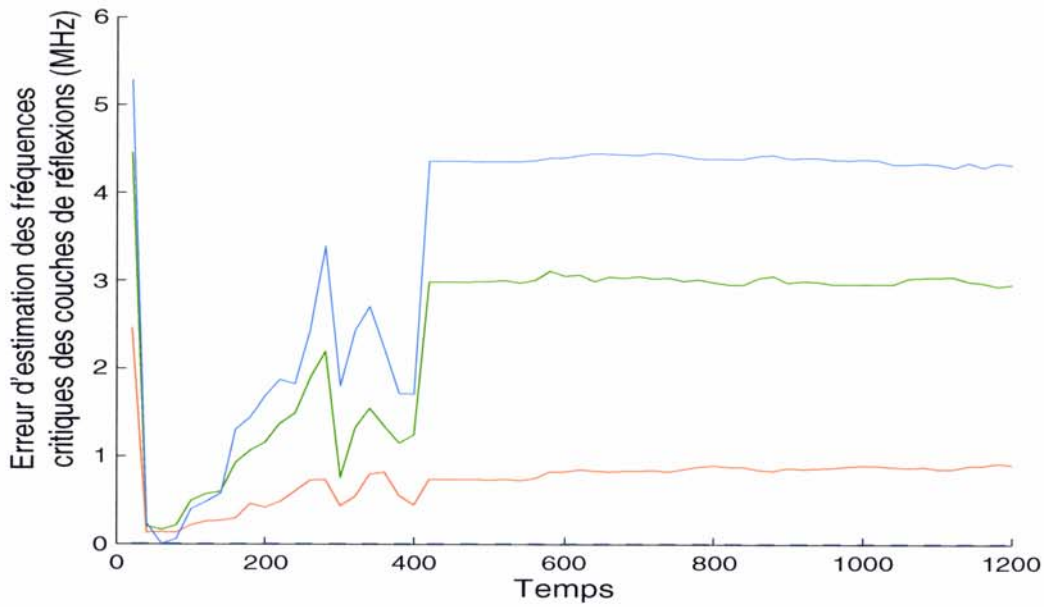

FIG. 4.6 – Exemple de résultats d'estimation des fréquences critiques des couches de réflexion.

notre méthode dégrade très souvent les estimations initiales. La fréquence de plasma du pro-

fil ionosphérique estimé ne ressemble en rien à celle du profil réel (figure 4.7). Il pourrait donc paraître étonnant que nous ayons obtenu d'aussi bons résultats lors de l'estimation des coordonnées de la cible. L'explication est la suivante : pour deux profils différents, il est possible que sur certaines parties de la courbe angle d'élévation/distance, des angles d'élévations proches donnent lieu à des distances proches comme le montre la figure 4.8. Ainsi, bien que les hauteurs et fréquences critiques des différentes couches soient radicalement différentes (et donc que les fréquences de plasma le soient aussi), certaines parties des courbes élévation/distance sont presque confondues, ou tout au moins proches de la résolution du radar.
La cible générait deux trajets, l'un aux alentours de $0.1\ radian$ d'élévation et l'autre aux alentours de $0.6\ radian$, de sorte que l'algorithme s'est *contenté* de faire converger uniquement ces parties de la courbe estimée vers la courbe réelle.
Si l'on voulait estimer réellement précisément les paramètres du modèle MQP, il faudrait utiliser une cible générant des échos sur chacune des couches, ce qui reste possible mais fort peu probable. Une deuxième solution est l'utilisation de plusieurs cibles suffisamment proches (sans l'être trop toutefois...).

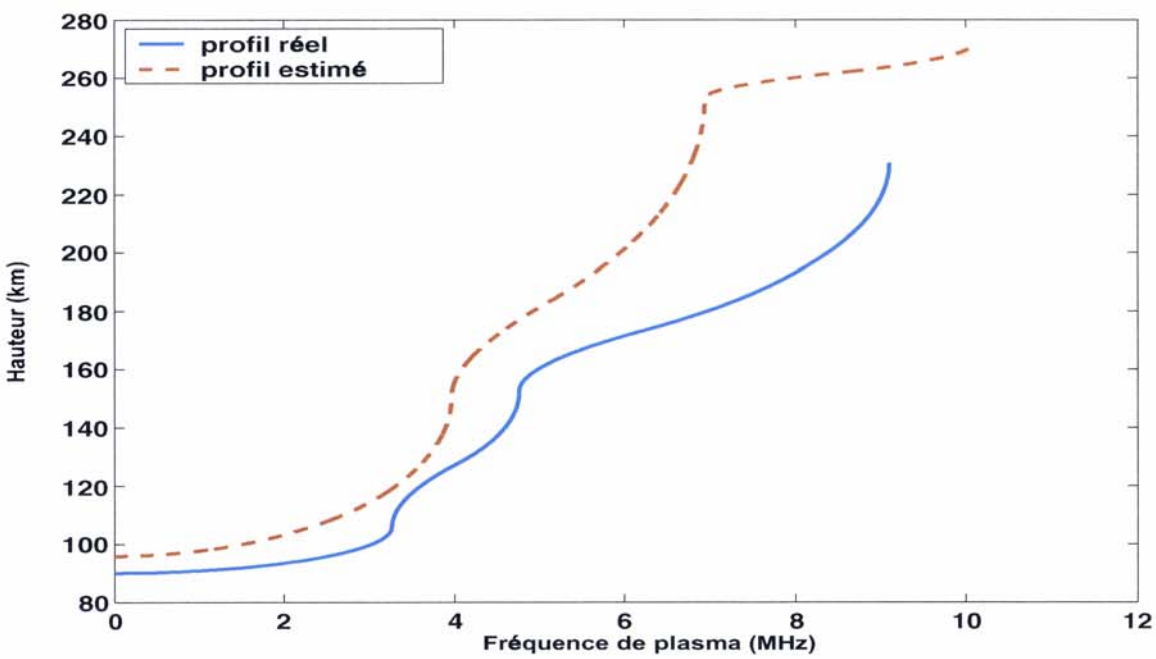

FIG. 4.7 – Tracé de l'ionisation de l'ionosphère et de son estimée par notre filtre particulaire Rao-Blackwellisé.

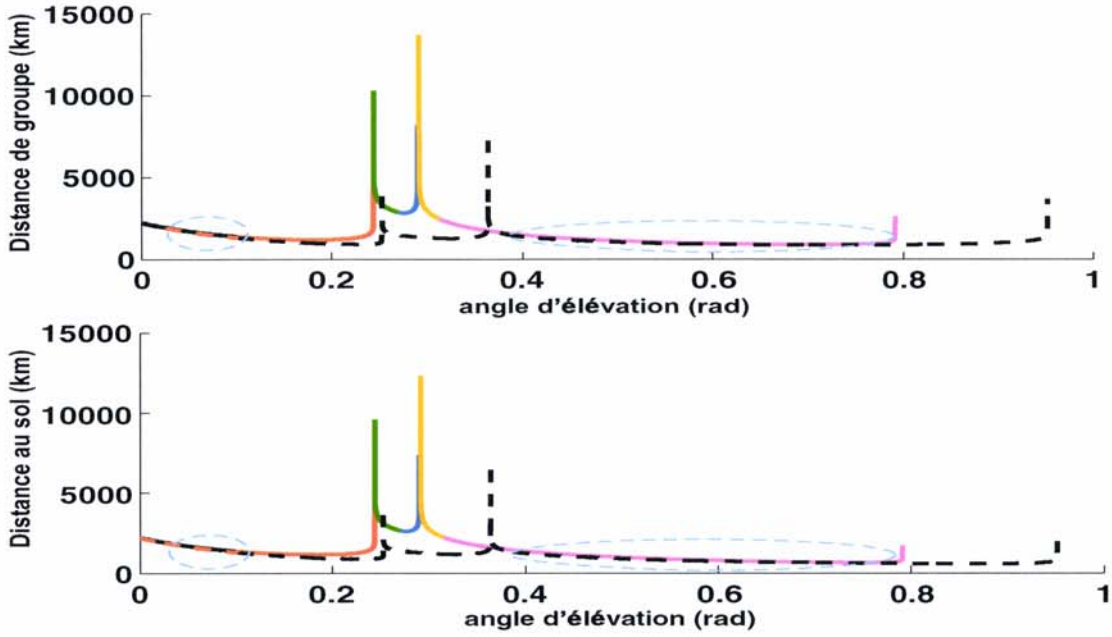

FIG. 4.8 – Comparaison des distances fonction de l'angle d'élévation, dans le cas des paramètres estimés (traits pleins, colorés) et des paramètres réels (traits discontinus)

4.5.2 Résultats sur données réelles

Nous avons :

- un modèle ionosphérique reconnu pour sa bonne représentativité de la réalité (modèle MQP),
- des moyens de traitement des Fausses Alarmes ainsi que d'une probabilité de détection inférieure à 1 (utilisation préalable d'un PDAF).
- une méthode de pistage s'étant révélée efficace en simulation, utilisable malgré la méconnaissance des paramètres du modèle (RB-UPF appliqué à l'approche partiellement numérique du modèle MQP).

Nous sommes donc prêts à envisager des tests sur données réelles. Celles-ci sont issues du vol d'une cible plastron effectué en Mars 2003 dont nous avons les coordonnées GPS. Au cours de ces mesures, aucun ionogramme n'a été calculé. Pour obtenir nos résultats de pistage, nous avons alors utilisé un vecteur de paramètres choisi au hasard, et une matrice de covariance de valeurs importantes. Cinq cents particules ont été utilisées.

$$\lambda = \begin{bmatrix} 90 \\ 3.5 \\ 110 \\ 4.5 \\ 175 \\ 7 \\ 250 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

$$P_\lambda = \begin{bmatrix} 5^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45^2 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

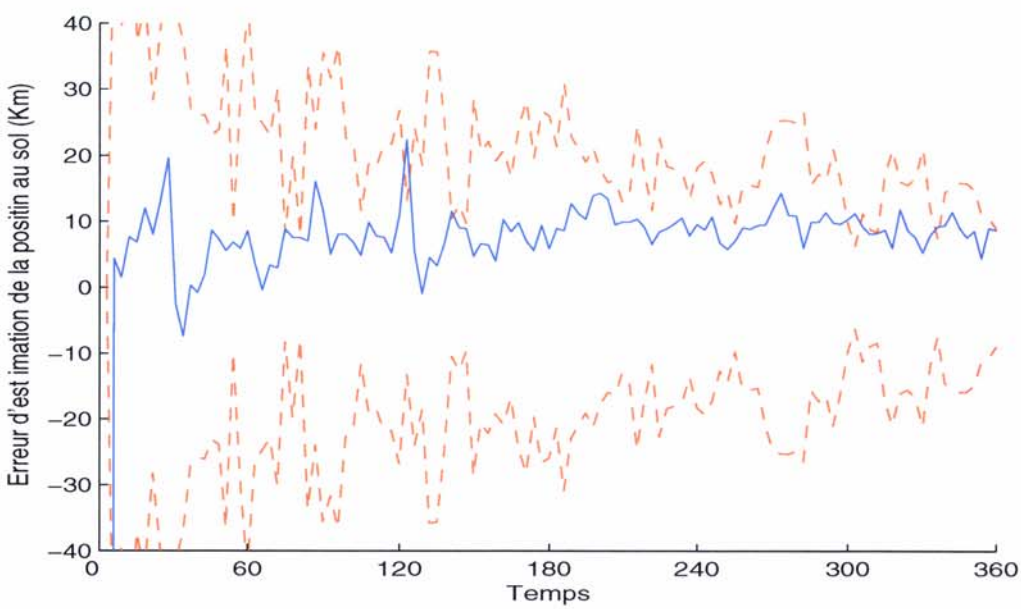

FIG. 4.9 – Exemple de résultat sur données réelles - erreur au sol(bleu) et covariance(tirets rouges).

Nous pouvons remarquer sur la figure 4.9 une erreur d'environ $10\ km$. Ceci correspond bien aux simulations réalisées, sachant que nous n'avons utilisé aucunes données préalables sur l'ionosphère.

Comparaison avec les résultats d'autres méthodes

Dans les chapitres précédents, les résultats présentés sont issus de simulations. Le programme utilisé pour celles-ci est construit sur le modèle MQP. Ainsi nos simulations ne traduisent que la proximité des résultats par rapport à ce modèle, et non par rapport au cas réel.

Afin de valider pleinement la méthode présentée dans ce chapitre (et la démarche suivie tout au long de cette thèse) nous la comparons à deux autres, faisant appel à des modèles différents :

- modèle construit sur le théorème de Martyn
- modèle construit sur la variante du théorème de Martyn

Nous utilisons le théorème de Martyn au sein d'un EKF. Ce modèle ne nécessitant pas la connaissance de paramètres, il sera appliqué tel que décrit dans la partie 3.2.

Nous utilisons le modèle issu de la variante de Martyn au sein d'un MPCR (évolution du MSMF utilisable avec la variante de Martyn) : ce choix se justifie de deux façons :

- dans la partie 3.8 nous avons pu constater que le MSMF possède les meilleurs résultats avec ce modèle
- le MPCR prend en compte le cas où les hauteurs ne sont pas connues mais estimées.

Tous les détails concernant cet algorithme dont nous donnons une description dans l'annexe A.1 peuvent être trouvés dans [Pul04].

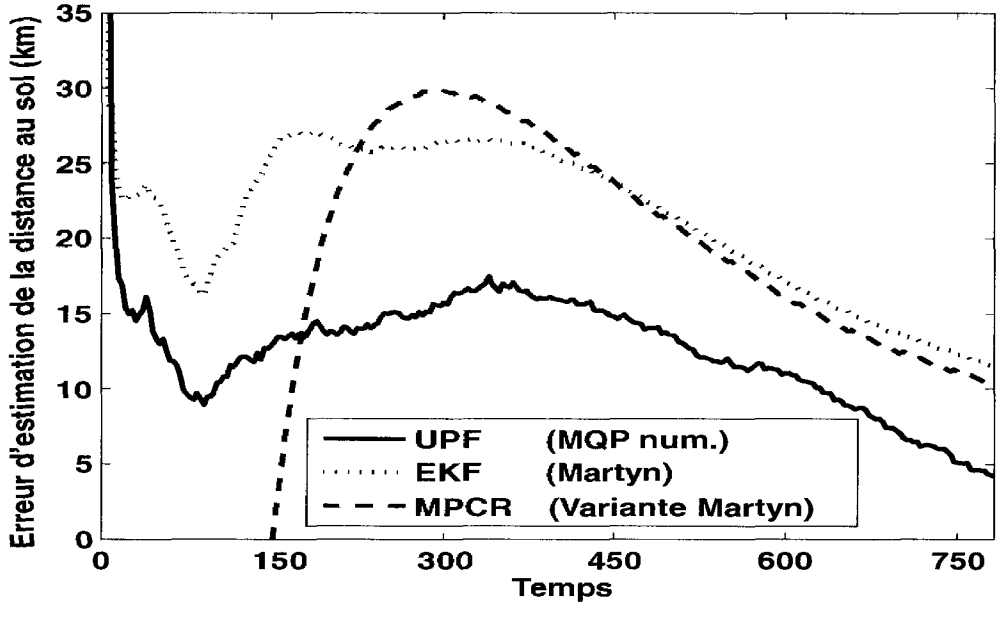

FIG. 4.10 – Comparaisons de différentes méthodes sur données réelles.

4.6 Conclusion

Nous avons mis au point un algorithme permettant d'utiliser efficacement le modèle MQP, que nous connaissions ou non des estimations de ses paramètres. Cet algorithme est applicable en contexte monocible, et permet théoriquement d'estimer à la fois les coordonnées au sol de celle-ci, et les paramètres du modèle MQP.
Nous avons pu constater au travers de simulations que ce second point était plus théorique que pratique puisque pour espérer une bonne estimation des paramètres il faudrait utiliser plusieurs cibles. Cependant le coût en temps de calcul, de cette opération est négligeable, et d'un autre côté, l'estimation des coordonnées terrestres de la cible s'est avérée fort précise en regard des résolutions du radar Nostradamus.
Nous avons appliqué cette méthode sur données réelles, et les résultats se sont montrés conformes aux simulations, validant à la fois le choix de l'algorithme et du modèle Multi-Quasi-Parabolique. Ces résultats sont d'autant plus encourageants, qu'ils ont été obtenus sans informations préalables sur l'ionosphère, informations qui, lorsqu'elles seront disponibles nous permettront vraisemblablement d'améliorer encore les convergences.
Pour couvrir l'ensemble de nos objectifs, il nous faut aborder le problème du phénomène de multitrajets, problème gênant uniquement en contexte multicibles. Le chapitre suivant traite donc du cas de l'adaptation de cette méthode au contexte multicibles.

Chapitre 5

Contexte multicibles

5.1 Introduction

Nous avons vu, au long des chapitres précédents, plusieurs méthodes permettant de pister une cible avec un radar transhorizon. Nous en avons développé une en particulier, adaptée aux caractéristiques du radar Nostradamus. Cette méthode basée sur le modèle ionosphérique Multi-Quasi-Parabolique est utilisable en conditions réelles que nous connaissions ou non l'état de l'ionosphère. Cependant, celle-ci nécessite la connaissance du nombre de cibles et de l'association pistes/cibles.

Nous allons donc nous intéresser au problème posé par le contexte multicibles. Lorsqu'une seule cible est présente, il est évident que tous les trajets générés proviennent d'elle. Lorsque plusieurs cibles sont présentes, nous ne savons pas quels trajets proviennent de quelles cibles. Le phénomène de multitrajets est alors gênant.

Dans ce chapitre, nous n'allons pas mener une étude exhaustive des différents algorithmes que nous pouvons mettre au point pour résoudre ce problème. Nous allons plutôt utiliser les idées introduites dans le chapitre précédent afin de développer une méthode efficace de prise en compte des multitrajets, en contexte multicibles. L'idée va être de se servir à la fois du fait que l'utilisation du modèle Multi-Quasi-Parabolique nous permet des estimations précises (relativement aux résolutions du radar) de la localisation de la cible, et du fait que nous ne sommes pas obligés de connaître le profil ionosphérique réel pour que notre algorithme donne de bons résultats.

Dans ce chapitre, comme nous sommes en contexte multicibles, l'étape de traitement des Fausses Alarmes, de la probabilité de détection et de la formation des pistes ne peut plus se faire au moyen d'un PDAF, comme décrit dans la partie 3.9. Nous devons théoriquement utiliser un Joint Probabilistic Data Association Filter (JPDAF) [BSF88, ch.9].

5.2 Estimation de l'hypothèse d'association piste/cible par Maximum A Posteriori

Dans un premier temps nous supposons le nombre de cibles connu et valant n_c. Nous appelons $\mathcal{H}_{n_c}$ l'ensemble des hypothèses d'associations pistes/cibles possibles. $\mathbb{H}_K = \{H_k\}_{k=1}^{K}$ est l'ensemble des hypothèses jusqu'au temps K, H_k étant l'hypothèse au temps k. Nous avons donc $H_k \in \mathcal{H}_{n_c}$. Nous voulons déterminer les hypothèses telles que :

$$\hat{\mathbb{H}}_K = \arg\max_{\mathbb{H}_K} p(\mathbb{Y}_K|\mathbb{H}_K)$$

Les cibles étant indépendantes entre elles, nous avons

$$p(\mathbb{Y}_K|\mathbb{H}_K) = \prod_{n=1}^{n_c} p(\mathbb{Y}_{n,K}|\mathbb{H}_K)$$

où $\mathbb{Y}_{n,K}$ est l'ensemble des mesures associées à la cible n selon les hypothèses $\mathbb{H}_K$. la densité $p(\mathbb{Y}_{n,K}|\mathbb{H}_K)$ peut se déduire de l'algorithme exposé au 4.3.2.
Afin de réaliser un estimation séquentielle, nous utilisons un algorithme de Viterbi [Vit67] [For73] pour maximiser notre densité d'intérêt.
Le cas d'un nombre de cibles inconnu peut alors se traiter de la même façon en remplaçant l'ensemble $\mathcal{H}_{n_c}$ par $\{\mathcal{H}_{n_c}\}_{n_c=1}^{n_p}$, n_p étant le nombre maximum de pistes détectées.
Même en utilisant l'algorithme de Viterbi et en faisant en sorte d'éliminer les hypothèses trop invraisemblables par un pré-traitement, nous savons déjà que cette méthode est pour l'instant inapplicable au radar Nostradamus à cause des temps de calcul qu'elle implique.
C'est pourquoi nous avons choisi une autre approche : nous allons nous baser sur les bons résultats d'estimation des coordonnées au sol par la méthode exposée dans le chapitre précédent. L'idée est de fusionner les pistes dont les coordonnées sont *jugées* suffisamment proches.

5.3 Fusion des résultats monotrajet

L'algorithme que nous présentons dans cette partie est construit sur l'algorithme mis en œuvre au 4.3.2. Nous allons utiliser le fait que pour une cible donnée, des profils ionosphériques équivalents (pour la même distance au sol, peu de différence entre les distances de groupe...) peuvent toujours être trouvés.
Nous allons considérer dans cette partie que les trajets sont indépendants entre eux, qu'ils proviennent de cibles différentes ou non. Cette hypothèse est fausse mais nous allons voir qu'elle permet toutefois d'obtenir des résultats acceptables.
L'algorithme final peut être considéré en trois étapes :

1. estimation des coordonnées au sol de chaque piste détectée, indépendamment des autres
2. détermination du nombre de cibles
3. fusion des résultats du 1 en utilisant ceux du 2

Les étapes numéro 2 et 3 sont réalisées selon la méthode décrite dans [BSF88, ch.10].

L'estimation des coordonnées au sol de chaque piste est réalisée au moyen des algorithmes :
- UKF, lorsque les paramètres du modèle MQP sont connus,
- RB-UPF, lorsque les paramètres du modèle MQP sont estimés.

Toutefois, il nous faut les adapter au cas où une seule piste est traitée à la fois. En effet, si on utilise l'UKF tel que nous l'avons décrit partie 3.7, c'est à dire avec la fonction de mesure basée sur la dichotomie, il va chercher à égaliser le nombre de mesures détectées et le nombre de mesures prédites en utilisant la fonction de mesure. Ce qui ne peut fonctionner puisque nous allons utiliser un trajet à la fois quel que soit le nombre réel de trajets réfléchis par la cible.
Puisque le problème vient de l'équation 3.13 de l'UKF (algorithme 6), une première approche serait :

$$p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}) = \sum_{c=1}^{C} p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, c)p(c|\mathbb{Y}_{k-1})$$

où c représente la c^{icmc} sous-couche nécessaire à la dichotomie.

Le problème d'une telle approche est de multiplier les temps de calcul. En effet, la méthode que nous proposons, si elle est plus rapide que celle décrite dans la partie précédente est plus lente que le RB-UPF original, puisque nous devons utiliser autant de RB-UPF qu'il y a de trajets. Si nous utilisons en plus ce développement, alors le calcul devra être fait pour chacun des sigma points de l'UKF, augmentant encore un temps total de calcul, déjà grand.
Nous nous sommes donc tournés vers l'approximation suivante :

$$p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}) \approx p(y_k|\mathbb{Y}_{k-1}, \hat{c}_k) \tag{5.1}$$

avec

$$\hat{c}_k = \arg\max_{C} p(c_k|y_k)$$

Si toutes les probabilités doivent être calculées, cette fois seuls les sigma points correspondant à la couche la plus probable sont calculés.
La probabilité se calcule ainsi :

$$p(c_k|y_k) = p(c_k|\beta_k, d_{g_k}) = \frac{p(\beta_k|d_{g_k}, c_k)p(d_{g_k}|c_k)p(c_k)}{p(y_k)}$$

$p(d_{g_k}|c_k)$ peut se ré-écrire $P(d_{E_{mc}} \leq d_{g_k} \leq d_{E_{Mc}})$, où $d_{E_{mc}}$ est la distance de groupe minimale de la couche c et $d_{E_{Mc}}$ la distance maximale (on peut se référer à la figure 3.13 de la partie 3.7). Ainsi, $p(d_{g_k}|c_k) = \mathcal{Q}(d_{E_{Mc}}; d_{g_k}, \sigma_g^2) - \mathcal{Q}(d_{E_{mc}}; d_{g_k}, \sigma_g^2)$ où $\mathcal{Q}$ est la fonction de répartition gaussienne.

Connaissant la distance de groupe (d_{g_k}) et la couche (c_k) nous pouvons déduire par dichotomie l'angle d'élévation ($\beta(d_{g_k})$), ainsi $p(\beta_k|d_{g_k}, c_k) = \mathcal{N}(\beta(d_{g_k}); \beta_k, \sigma_\beta^2)$.

Nous pouvons donner à chaque couche la même probabilité $p(c_k)$, ou, si nous disposons de mesures de l'ionosphère, nous pouvons utiliser des informations sur celle-ci.

Enfin, $p(y_k)$ est un terme de normalisation.

Si $\mathbb{Y}_K$ est l'ensemble des mesures détectées jusqu'au temps K, sans considération de leur provenance (une ou plusieurs cibles), nous appelons alors Nt_k ce nombre de trajets au temps k et $x_{nt,k}$ la position au sol correspondant au trajet nt (nt varie de 1 à Nt_k). En théorie, les trajets provenant de la même cible, doivent avoir les mêmes coordonnées au sol. Nous allons alors chercher à estimer $E(\mathbb{X}_{nt,K}|\mathbb{Y}_{nt})$. En résumé, nous allons estimer les coordonnées au sol de chaque piste détectée, indépendamment des autres.
L'algorithme 11 décrit les différentes étapes de cette méthode.

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour nt **de** 1 **à** Nt_k (nombre de trajets) **faire**

Filtre particulaire Rao-Blackwellisé (RB-UPF)
(algorithme 10 appliqué à une seule piste, utilisation de 5.1) :

-tirage des particules
[pour chaque particule : calcul d'une itération de Kalman et calcul des poids]

- normalisation des poids

- résultat : $\hat{x}_{nt,k}$, $P_{nt,k}$

[l'estimation du profil ionosphérique est inutile du fait de l'utilisation d'un seul trajet]

Fin Pour

Détermination du nombre de cibles
pour 2 pistes x_1 et x_2, de covariances P_1, P_2 on appelle $\Delta = x_1 - x_2$ et $T = P_1 + P_2$. Alors on considère x_1 et x_2 issus de la même cible lorsque $d = \Delta^t T \Delta \leq \delta$ *[δ est un seuil à fixer]*

Fusion des pistes appartenant à la même cible
Si x_1 et x_2, de covariances P_1, P_2, appartiennent à la même cible alors

$$\begin{aligned} x_{fus} &= P_2(P_1+P_2)^{-1}x_1 + P_1(P_1+P_2)^{-1}x_2 \\ P_{fus} &= P_1(P_1+P_2)^{-1}P_2 \end{aligned}$$

Fin Pour

Algorithme 11: Algorithme multicibles

5.3.1 Résultats en monocible

Afin de valider notre démarche nous allons montrer que cette méthode est efficace dans le cas monocible, en supposant dans un premier temps les paramètres du modèle connus, puis dans le cas où ceux-ci sont estimés.

5.3.1.1 Paramètres du modèle connus

Nous donnons sur la figure 5.3 l'EQM de cette méthode, réalisée sur 50 simulations, identiques à la partie 3.8. Nous y rappelons l'EQM de l'approche multitrajets. Les résultats des estimations

des distances au sol des 50 simulations sont donnés sur la figure 5.2.
Nous pouvons constater une très légère dégradation de l'EQM. Celle-ci pouvait être prévue puisque nous n'utilisons plus toute l'information disponible : un seul trajet est utilisé alors que la cible en génère plusieurs... Cependant les résultats sont bien meilleurs que ceux des autres algorithmes présentés chapitre 3.

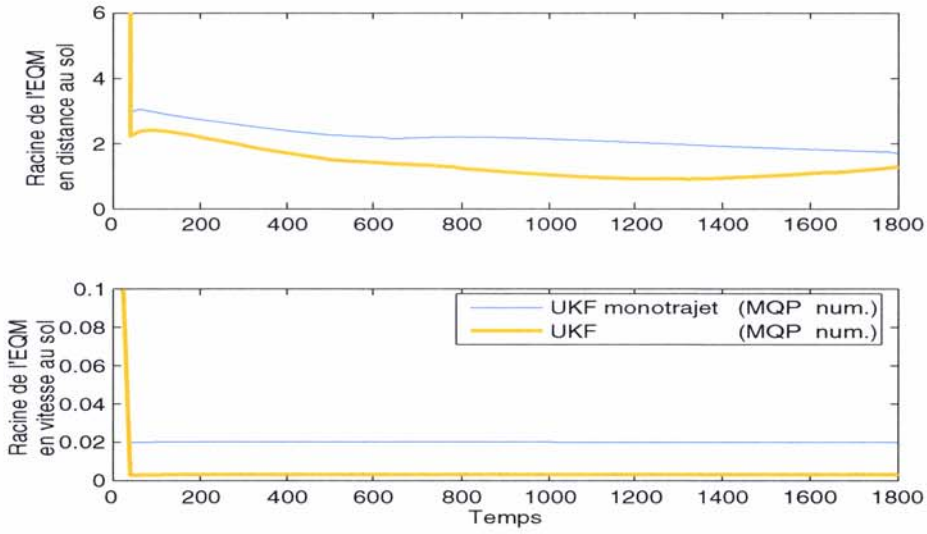

FIG. 5.1 – Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne.

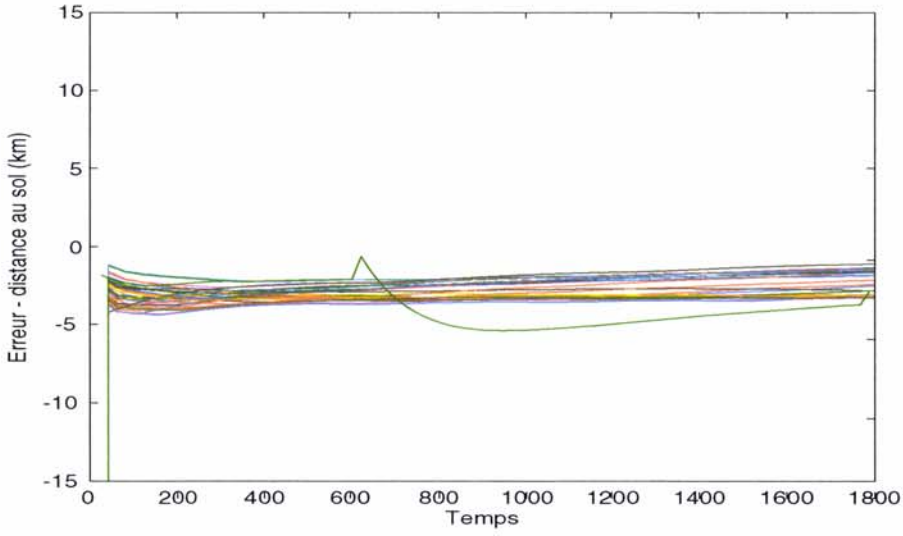

FIG. 5.2 – Résultats des 50 simulations.

5.3.1.2 Paramètres du modèle inconnus

Sur la figure 5.3 nous donnons à la fois la racine de l'EQM (haut), et les résultats des 50 simulations qui nous ont permis de l'obtenir(bas). Le fait que nous n'ayons pas besoin de connaître le profil réel, mais simplement de faire en sorte que les courbes élévation/distance des profils soient proches, nous permet d'obtenir de bons résultats malgré l'hypothèse fausse d'indépendance des trajets.

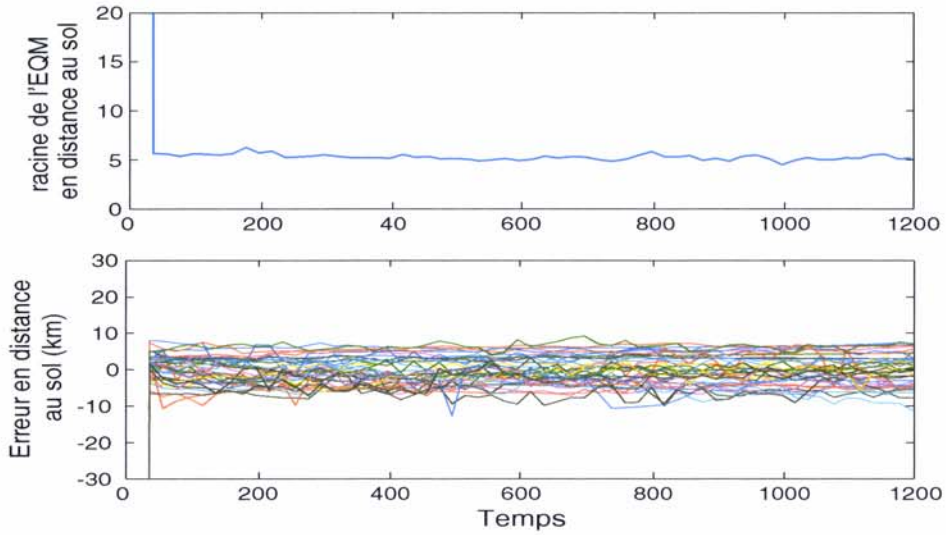

FIG. 5.3 – Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (haut), et résultats de 50 simulations (bas).

Avec cette méthode il n'est plus question d'espérer estimer les paramètres du modèle, puisque nous sommes *forcés* de tomber sur un profil équivalent.

5.3.2 Résultats en multicibles

Nous donnons dans cette partie quelques résultats de simulations en contexte multicibles. Attendue que notre étude porte sur l'amélioration de l'estimation de la distance et de la vitesse au sol de la cible, nous avons fait en sorte que l'azimut des cibles simulées ne soit pas *discriminant* : elles ont donc souvent le même azimut ou une différence très légère.

Figure 5.4 : deux cibles simulées, évoluant en parallèle à la même vitesse, à une distance de 50 km l'une de l'autre. Les deux cibles généraient 4 trajets.
Nous pouvons constater que très rapidement le bon nombre de cibles a été estimé.

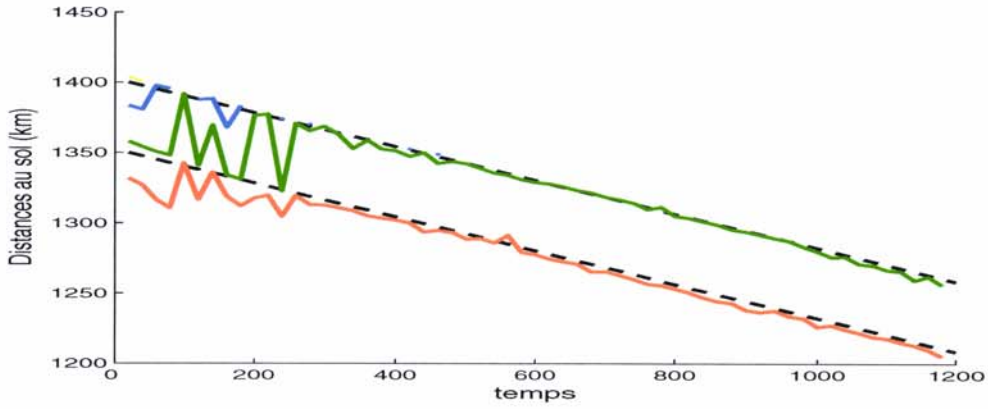

FIG. 5.4 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 50 km, même vitesse (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.5 : deux cibles simulées, évoluant en parallèle à la même vitesse, à une distance de 10 km l'une de l'autre. Les deux cibles généraient 4 trajets.
Cette fois, les cibles sont trop proches pour être distinguées par notre algorithme. Évoluant à la même vitesse, la seule discrimination possible était sur les distances, or, 10 km est une distance trop peu élevée par rapport aux covariances des erreurs d'estimation.

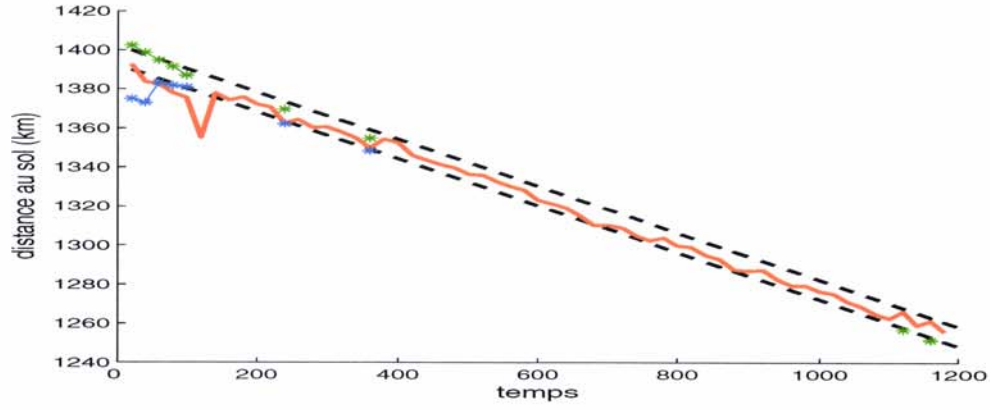

FIG. 5.5 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 10 km, même vitesse (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.6 : deux cibles simulées, évoluant à 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1}, à une distance de 10 km l'une de l'autre. Les deux cibles généraient 4 trajets.
Cette fois, les vitesses différentes des cibles sont suffisamment bien estimées pour permettre de les distinguer.

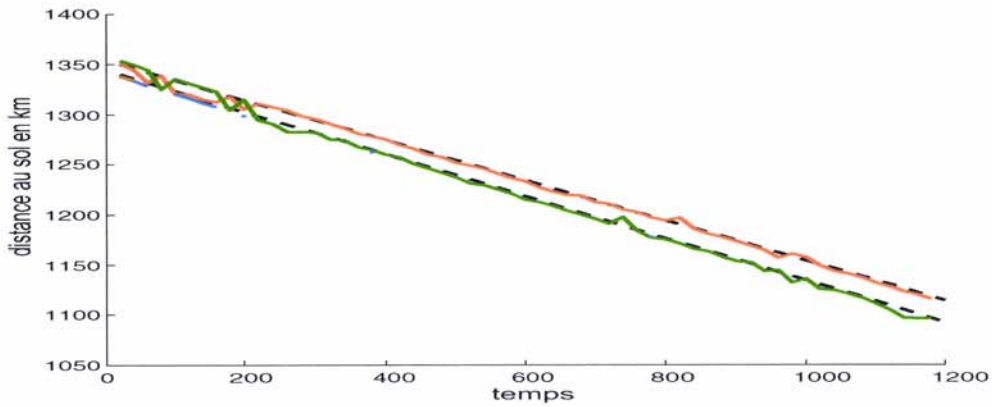

FIG. 5.6 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 10 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.7 : deux cibles simulées générant un total de 4 trajets. La position initiale de la première cible est de 1350 km et sa vitesse est de 200 ms^{-1}. La position initiale de la deuxième cible est de 1345 km et sa vitesse est de 210 ms^{-1}.
Avec le même écart de vitesse que précédemment on constate que l'on peut maintenant distinguer deux cibles initialement proches de 5 kilomètres.

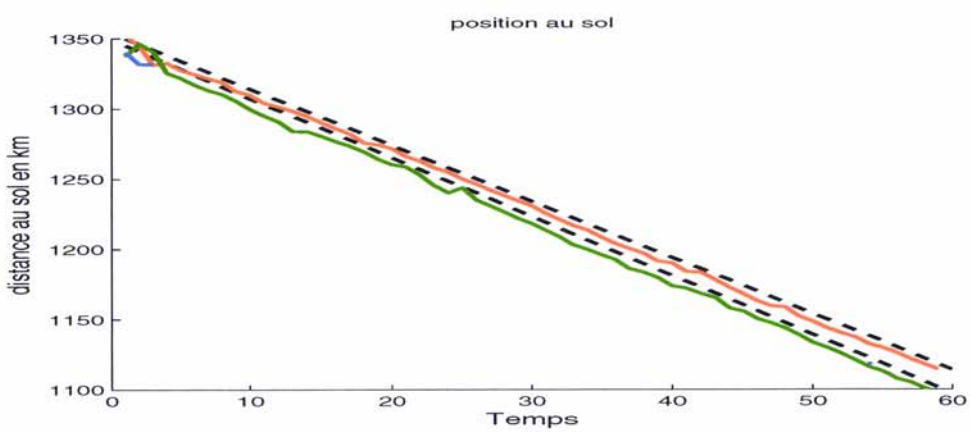

FIG. 5.7 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.8 : deux cibles simulées générant un total de 4 trajets. La position initiale de la première cible est de 1350 km et sa vitesse est de 200 ms^{-1}. La position initiale de la deuxième cible est de 1345 km et sa vitesse est maintenant de 205 ms^{-1}.

L'estimation du nombre de cibles et la fusion sont bien réalisées même avec un écart de vitesse de $5\ ms^{-1}$ et un écart de distance de 5 kilomètres.

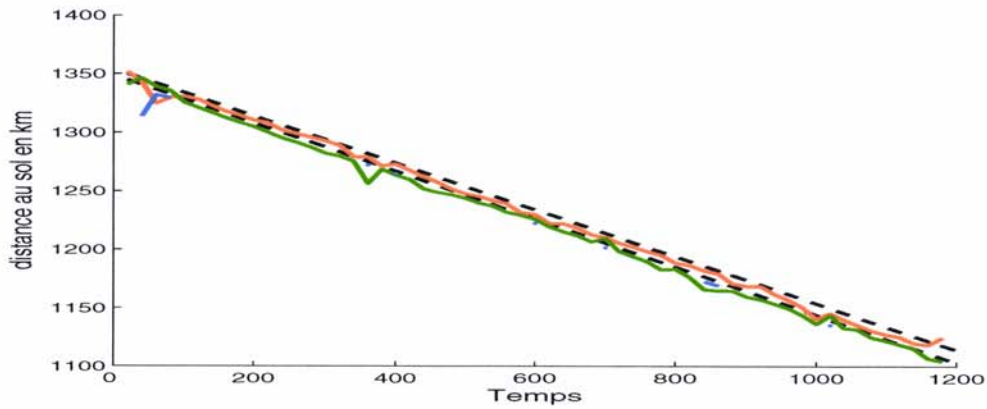

FIG. 5.8 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 205 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.9 : deux cibles simulées générant un total de 4 trajets. La position initiale de la première cible est de 1350 km et sa vitesse est de 200 ms^{-1}. La position initiale de la deuxième cible est de 1345 km et sa vitesse est de 202 ms^{-1}.
L'écart entre les vitesses est maintenant trop réduit pour que que le nombre de cible soit bien évalué.

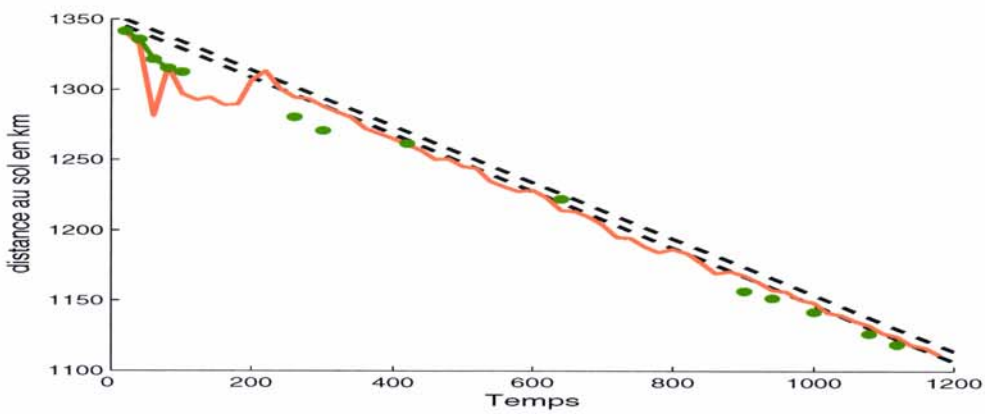

FIG. 5.9 – Pistage multicibles - 2 cibles espacées de 5 km, vitesse de 200 ms^{-1} et 202 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.10 : deux cibles simulées générant un total de 4 trajets. La position initiale de la première cible est de 1350 km et sa vitesse est de 200 ms^{-1}. La position initiale de la deuxième

cible est de 1350 km et sa vitesse est de 210 ms^{-1}.

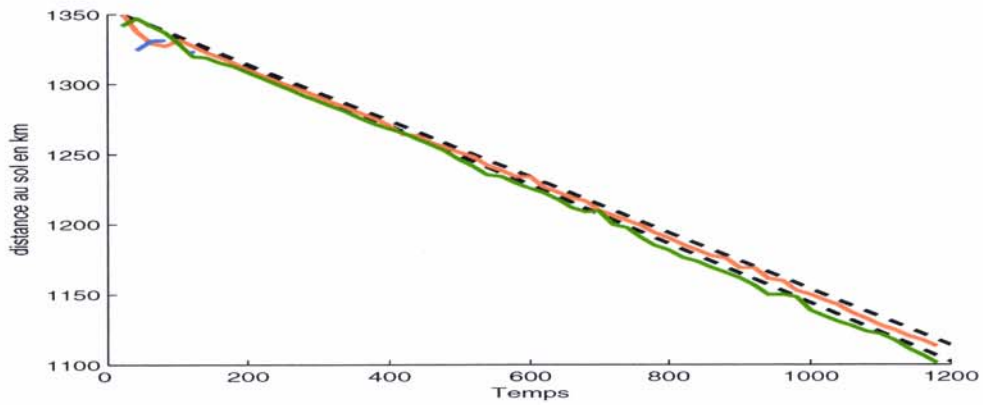

FIG. 5.10 – Pistage multicibles - 2 cibles de mêmes positions initiales, vitesse de 200 ms^{-1} et 210 ms^{-1} (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Nous terminons par quelques simulations mettant en jeu trois cibles.
Figure 5.11 : trois cibles simulées générant un total de 7 trajets. La position initiale de la première cible est de 1400 km et sa vitesse est de 120 ms^{-1}. La position initiale de la deuxième cible est de 1390 km et sa vitesse est de 200 ms^{-1}. La position initiale de la troisième cible est de 1420 km et sa vitesse est de 150 ms^{-1}.
Les vitesses sont suffisamment différentes et bien estimées, par rapport aux covariances, pour que l'association des pistes ainsi que la fusion restent bonnes.

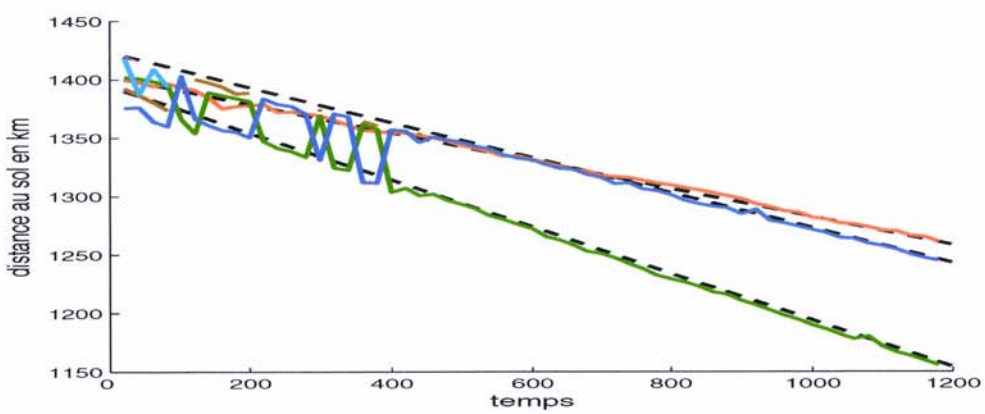

FIG. 5.11 – Pistage multicibles - 3 cibles (cibles réelles en traits discontinus noirs).

Figure 5.12 : trois cibles simulées générant un total de 6 trajets. La position initiale de la première cible est de $1350\ km$ et sa vitesse est de $200\ ms^{-1}$. La position initiale de la deuxième cible est de $1345\ km$ et sa vitesse est de $205\ ms^{-1}$. La position initiale de la troisième cible est de $1350\ km$ et sa vitesse est de $205\ ms^{-1}$.
Cette simulation mettait en jeu des cibles extrêmement proches (en limite de résolution du radar), l'algorithme se comporte plutôt bien, puisque deux cibles sont *détectées* et que la troisième apparaît de temps en temps.

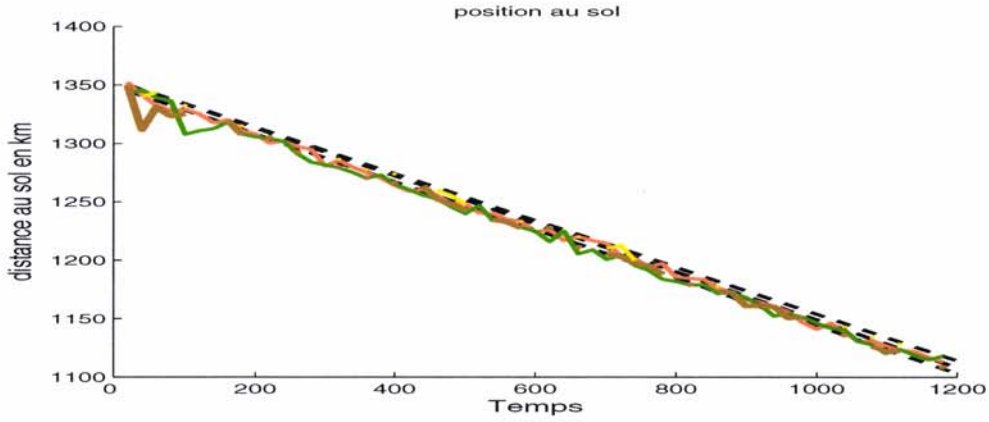

FIG. 5.12 – Pistage multicibles - 3 cibles (cibles réelles en traits discontinus noirs).

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le problème du pistage en contexte multicibles. La principale difficulté est due aux multitrajets générés par les cibles, puisqu'il n'est pas possible de savoir quelles mesures proviennent de quelles cibles. Notre approche s'est basée sur le fait que l'utilisation du RB-UPF donnait de bons résultats lorsqu'on utilise le modèle de propagation Multi-Quasi-Parabolique. Ainsi l'idée a consisté à estimer les coordonnées au sol de chaque trajet indépendamment des autres et de fusionner ceux qui semblaient appartenir à une même cible. Cette méthode n'est possible en contexte réel que parce que nous n'avons pas besoin de connaître le profil ionosphérique réel, mais seulement de faire correspondre les parties des courbes élévation/distance aux seuls endroits de réflexion d'un écho.
Les résultats de simulations de la méthode décrite dans ce chapitre sont encourageants puisqu'elle estime généralement le bon nombre de cibles si celles-ci sont séparées de 10 km, quelles que soient leurs vitesses. En dessous de cette valeur, les résultats dépendent des vitesses de chaque cible et du profil ionosphérique.
Cette partie ne se voulait pas exhaustive, mais elle propose une première approche du problème, basée sur nos résultats précédents, approche que nous pensons tout à fait digne d'intérêt.
Toutefois en contexte réel il ne faut pas perdre de vue que ces résultats seront dépendants de ceux issus au préalable du JPDAF.

CONCLUSION

La double question à laquelle nous avons essayé de répondre tout au long de ce mémoire est de savoir si l'introduction du modèle Multi-Quasi-Parabolique au sein d'algorithmes de pistage appliqués au radar Nostradamus permet un apport, tant en terme de précision sur la localisation de la cible qu'en terme de traitement des multitrajets ? Avec les caractéristiques spécifiques au radar transhorizon Nostradamus, les réponses sont positives.

Dans un premier temps nous avons envisagé un cas idéal, correspondant au pistage d'une seule cible, lorsque les paramètres des différents modèles de propagation sont connus. Cette première étude nous a permis de comparer les performances de l'approximation de Martyn, d'une de ses variantes, d'une approximation du modèle Multi-Quasi-Parabolique, du modèle ionosphérique MQP usuel et enfin du modèle MQP où nous proposons de mener une partie des calculs de façon numérique. Divers algorithmes permettant la prise en compte de ces modèles ont été développés et adaptés aux contraintes du radar Nostradamus. Les simulations nous ont permis de constater de plus faibles erreurs d'estimation et une plus grande robustesse avec l'utilisation du modèle Multi-Quasi-Parabolique. Ceci est particulièrement vrai lorsqu'on utilise l'approche partiellement numérique de ce modèle au sein d'un UKF.

Nous avons alors adapté cette méthode au cas réel, où les paramètres sont estimés. Nous avons montré que ces estimations peuvent biaiser les résultats du pistage si elles ne sont pas prises en compte. Il nous est alors apparu intéressant de mener une estimation jointe de l'état de la cible et des paramètres du modèle au moyen d'un filtre particulaire Rao-Blackwellisé (RB-UPF). Celui-ci utilise les bons résultats de convergence de l'UKF vus précédemment, pour mener la partie analytique des calculs. L'estimation des paramètres s'est révélée peu efficace lorsqu'une seule cible est utilisée. Toutefois, l'estimation de l'état de la cible, notre objectif principal a montré de très bons résultats, dégradant peu ceux du cas idéal. Ceci nous a permis de réaliser des tests sur données réelles. Nous avons alors pu confirmer que l'utilisation du modèle Multi-quasi-Parabolique est une approche intéressante pour la localisation de cibles par pistage en utilisant le radar Nostradamus. La méthode que nous avons adoptée (RB-UPF) a ainsi pu montrer un autre de ses avantages : elle ne nécessite pas de connaissances a priori sur l'ionosphère. Il est cependant évident que lorsqu'on peut en utiliser, on est à même d'améliorer encore les bonnes performances d'estimation de l'algorithme.

La deuxième partie de la question, concernant le traitement des multitrajets, n'étant sensible que dans le cas multicibles, nous l'avons abordée sous cet angle. Nous avons adapté le RB-UPF afin qu'il soit applicable à chaque trajet détecté, les résultats étant ensuite fusionnés ou non selon leur *proximité*. Les résultats de simulation se sont montrés encourageants de sorte que nous répondons aussi par l'affirmative à cette question : la prise en compte du modèle Multi-Quasi-Parabolique permet de traiter efficacement le problème des multitrajets.

Perspectives

Comme nous l'avons annoncé au début du chapitre cinq, nous n'avons pas mené une étude exhaustive des méthodes applicables en multicibles. Nous n'avons pas non plus poussé jusqu'au bout les possibilités de la méthode que nous avons proposée. Par exemple nous n'avons pas considéré que le nombre de cibles à deux instants consécutifs était lié. Nous avons seulement proposé une première approche que nous avons justifiée par de premiers bons résultats. Une partie de recherche intéressante reste donc à mener sur ce sujet.

Dans toute cette thèse est posée l'hypothèse du Mouvement Rectiligne Uniforme de la cible. Cette hypothèse, même si elle est vraie dans de nombreux cas n'est pas la seule possible. Ainsi il faudrait envisager l'adaptation des méthodes proposées, au cas d'un modèle d'évolution de la cible inconnu.

De plus, le thème du filtrage particulaire est un thème ouvert. De nombreuses publications théoriques sur la question voient régulièrement le jour. De la même façon, l'UKF est un algorithme récent encore peu étudié et utilisé. Ainsi, les progrès réalisés dans ces domaines, ne peuvent qu'améliorer les résultats de pistage des méthodes que nous avons proposées.

Plus généralement, même si les techniques de constructions de radar transhorizon commencent à être maîtrisées, elles sont encore améliorables. Au vu des résultats de nos travaux d'autres options pourraient alors être envisagées : l'amélioration des résolutions par exemple s'avère finalement tout aussi intéressante en distance de groupe, qu'en angle d'élévation.

Enfin, la prise en compte du modèle Multi-Quasi-Parabolique nous a permis d'améliorer les performances d'estimation des distances et vitesses au sol des cibles. Cependant pour que l'amélioration de la localisation de la cible soit *totale* il faut pouvoir estimer plus précisément son angle d'azimut. A l'heure actuelle la résolution de cette mesure reste pauvre et les performances de localisation s'en ressentent. Le modèle Multi-Quasi-Parabolique est un modèle ionosphérique évolué permettant le tracé de rayon en deux dimensions. Au vu de nos résultats, nous pensons qu'il serait intéressant d'utiliser le même genre de modèle, mais cette fois pour un tracé de rayon en trois dimensions, pour pouvoir améliorer le pistage en azimut.

Annexe A

Description de l'algorithme MPCR

A.1 Description de l'algorithme

Nous décrivons dans cette annexe l'algorithme MPCR appliqué au radar Nostradamus, en utilisant le modèle de propagation déduit de la variante de l'approximation de Martyn. Comme nous l'avons déjà rappelé cet algorithme est une évolution du MSMF permettant à la fois la prise en compte de modèle de propagation non-linéaire et les incertitudes liées aux estimations des paramètres de ce modèle.
L'utilisation de la variante de Martyn nécessite la connaissance des hauteurs virtuelles des couches de réflexion des ondes. Nous appelons $u = [h_{v_E}\ h_{v_{t1}}\ h_{v_{F1}}\ h_{v_{t2}}\ h_{v_{F2}}\ ]$ ce vecteur, où $h_{v_{t2}}$ et $h_{v_{t2}}$ sont les hauteurs virtuelles des couches de transition respectivement entre $E - F_1$ et $F_1 - F_2$.
Sa moyenne est notée $\hat{u}$, et sa covariance P_u.

Le bruit de mesure total devient la somme du bruit de mesure du radar, de covariance R, et du bruit due au modèle de propagation de covariance R_m :

$$R_m^n = J_u^n(x_k; \hat{u}) P_u J_u^n(x_k; \hat{u})^T \tag{A.1}$$

$J_u^n(x_k; \hat{u})$ est le jacobien de la transformation permettant de passer des coordonnées au sol aux coordonnées radar lorsque l'onde se réfléchit sur la n^{ieme} couche de réflexion :

$$J_u^n(x_k; \hat{u}) = \frac{\partial h_m^n(x = x_k; u = \hat{u})}{\partial u} \tag{A.2}$$

où $h_m^n(x = x_k; u = \hat{u})$ est l'équation de la variante de Martyn utilisant les hauteurs $\hat{u}$ et appliquée aux coordonnées au sol x_k, afin de calculer les coordonnées radar lorsque la réflexion a lieu sur la couche n.

Nous notons le jacobien usuel de l'EKF $J_x^n = \frac{\partial h_m^n(x=x_k;u=\hat{u})}{\partial x}$.

Enfin, les jacobiens de la transformation permettant de passer des coordonnées radar aux coordonnées au sol sont notés $J_u^n(y_k; \hat{u})^{-1}$ et $J_y^n(y_k; \hat{u})^{-1}$
La covariance de l'erreur d'estimation P_x est alors :

$$P_x = J_u^n(y_k; \hat{u})^{-1} P_u (J_u^n(y_k; \hat{u})^{-1})^T + (J_y^n(y_k; \hat{u})^{-1}) S_y^n (J_y^n(y_k; \hat{u})^{-1})^T \tag{A.3}$$

où S_y^n est la covariance de l'erreur de mesure de l'EKF, donnée par :

$$S_y^n = J_x^n(x_{k|k-1}; \hat{u}) P_{k|k-1} J_x^n(x_{k|k-1}; \hat{u})^T + R_m^n + R \tag{A.4}$$

Le calcul de la probabilité d'association $P(\psi_k, n|\mathbb{Y}_K)$ du MSMF, devient alors :

$$P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_K) = \delta^{-1} \mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}_{k|k-1}^n, S_k^n) P(\psi_{k,n}) \tag{A.5}$$

où δ^{-1} est un terme de normalisation.

Pour k **de** 1 **à** K **faire**

Pour n **de** 1 **à** N_k **faire**

Calcul d'une itération de Kalman : sous l'hypothèse $\psi_{k,n}$, basée sur $\hat{x}_{k-1}$ et P_{k-1}
calcul de : $\hat{x}_{k,n}$, $P_{k,n}$, $\hat{Y}_{k\,|\,1|k,n}$, $S_{k,n}$
calcul de (A.5) :

$$P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_K) = \delta^{-1}\mathcal{N}(Y_k; \hat{Y}^n_{k|k-1}, S^n_k)P(\psi_{k,n})$$

Fin Pour
Résultat : calculs de $\hat{x}_k$, P_k :

$$\hat{x}_k = \sum_{n-1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)\hat{x}_{k,n}$$

$$P_k = \sum_{n=1}^{N_k} P(\psi_{k,n}|\mathbb{Y}_k)(P_{k,n} + \hat{x}_{k,n}\hat{x}^T_{k,n}) - \hat{x}_k\hat{x}^T_k$$

Fin Pour

Algorithme 12: MPCR.

Bibliographie

[AM79] B.D.O. ANDERSON and J.B. MOORE. *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, 1979.

[BD88] J.A. BENNETT and P.L. DYSON. « A model of vertical distribution of the electron concentration in the ionosphere and its application to oblique propagation studies ». *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 50 :251–262, 1988.

[BD00] N. BERGMAN and A. DOUCET. « Markov Chain Monte Carlo Data Association For Target Tracking ». Proc. of IEEE ICASSP 2000. Istanbul, Turkey, June 2000.

[BMF04] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU and M. FLECHEUX. « *MCMC data association algorithm applied to the French OTHR Nostradamus* ». Proc. of EUSIPCO 2004. Vienna, Austria, 6–10, September 2004.

[BMF05] D. BOURGEOIS, C. MORISSEAU and M. FLECHEUX. « *Over-The-Horizon Radar Target Tracking Using MQP Ionospheric Modeling* ». Proc. of FUSION 2005. Philadelphia, USA, 25–29, July 2005.

[BSF88] Y. BARR-SHALOM and T.E. FORTMANN. *Tracking and Data Association*. Academic Press, 1988.

[Cea92] J. Chen et AL... « Synthesis of oblique ionograms from vertical ionograms using quasi-parabolic segment models of the ionosphere ». *JATP*, 54(34) :323–331, 1992.

[CH69] T.A. CROFT and H. HOOGASIAN. « Exact ray calculations in a quasi-parabolic ionosphere ». *Radio Science*, 3 :69–74, 1969.

[CL00] R. CHEN and J.S LIU. « Mixture Kalman filters ». *Journal of the Royal Statistical Society*, 62 :493–508, 2000.

[CMR05] O. CAPPÉ, E. MOULINES and T. RYDEN. *Inference in Hidden Markov Models*. Springer, 2005.

[CR00] G. CASELLA and C.P. ROBERT. « Rao-Blackwellisation of sampling schemes ». *Biometrika*, 83 :81–94, 2000.

[Dav89] K. DAVIES. « Ionospheric Radio ». *IEE Electromagnetic Waves*, 31, 1989.

[Dav03] S.J. DAVEY. « *Extensions to the Probabilistic Multi-Hypothesis Tracker for improved Data Association* ». PhD thesis, University of Adelaide, Australia, 2003.

[DdFG01] A. DOUCET, N. de FREITAS and N. GORDON. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer-verlag, New York, 2001.

[DLR77] A.P. DEMPSTER, N.M. LAIRD and D.B. RUBIN. « Maximum Likelihood from Incomplete Data Via the EM Algorithm ». *J. Royal Stat. Soc.*, 39(1) :1–38, 1977.

[For73] G.D. FORNEY. « The Viterbi algorithm ». *Proceedings of the IEEE*, 61(3) :268–278, 1973.

[GSS93] N.J. GORDON, D.J SALMOND and A.F.M SMITH. « Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation ». *IEE Proceedings*, F140(2) :107–111, 1993.

[Hil79] J.R. HILL. « Exact ray paths in a multisegment quasi-parabolic ionosphere ». *Radio Science*, 14(5) :855–861, 1979.

[HLP02] C. HUE, J.P. LECADRE and P. PEREZ. « Tracking multiple objetcs with particle filtering ». *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 38(3) :791–812, 2002.

[JU04] S.J. JULIER and J.K UHLMANN. « Unscented filtering and nonlinear estimation ». *Proc of the IEEE*, 92(3), 2004.

[Kap99] E.D. KAPLAN. « *Target Localization and Track Association for Over-The-Horizon Radar with Statistical Ionospheric Model* ». PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Duke University, Box 90291, Durham, NC 27708-0291, 1999.

[KG01] R. KARLSSON and F. GUSTAFSSON. « *Monte Carlo data association for multiple target tracking* ». IEE Workshop on Target Tracking. Eindhoven, NL, 2001.

[LW01] J. LIU and M. WEST. « Combined parameter and state estimation in Simulation-based filtering ». In A. DOUCET, J.F.G de FREITAS and J. GORDON, editors, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, pages 198–223, Eds. New York : Springer-verlag, 2001.

[Mar35] D.F. MARTYN. « The propagation of medium radio waves in the ionosphere ». *Physical Society, London Proceedings*, 47 :323–339, 1935.

[Mea00] J. Mlynarczyk et AL.. « *Analytical Calculation of the Radio Wave Trajectory in the Ionosphere* ». IMAPS POLAND. Krakow, Poland 25–26, September 2000.

[MR01] K. MURPHY and S. RUSSEL. « Rao-Blackwellised Particle Filtering for Dynamic Bayesian Network ». In A. DOUCET, J.F.G de FREITAS and J. GORDON, editors, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, pages 499–515, Eds. New York : Springer-verlag, 2001.

[Nor03] R.J. NORMAN. « *An Inversion Technique for Obtaining Quasi-Parabolic layer parameters from VI Ionograms* ». Radar 2003 Conf. Adelaide, Australia 3–5, September 2003.

[Oud00] N. OUDJANE. « *Stabilité et approximations particulaires en filtrage non linéaire. Application au pistage.* ». PhD thesis, MATISSE, Université de Rennes, France, 2000.

[PE94] G.W PULFORD and R.J. EVANS. « *State estimation in systems with multiple simultaneous measurements* ». 33rd Conf. on Decision and Control. Lake Buena Vista, Florida, USA, December 1994.

[PE96] G.W. PULFORD and R.J. EVANS. « Probabilistic Data Association For Systems With Multiple Simultaneous Measurements ». *Automatica*, 32(9) :1311–1313, 1996.

[PE98] G.W. PULFORD and R.J. EVANS. « A MultiPath Data Association tracker for over-the-horizon radar ». *IEEE Transaction On Aerospace And Electronic Systems*, 34(4), 1998.

[PL97] G.W PULFORD and A. LOGOTHETIS. « An Expectation Maximisation Tracker For Multiple Observations Of A Single Target In Clutter ». Proc. $36i^{th}$IEEE CDC, 1997.

[Pul04] G.W. PULFORD. « Over-The-Horizon Radar multipath tracking with uncertain coordinate registration ». *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 40(1), 2004.

[RAG04] B. RISTIC, S. ARULAMPALAM and N. GORDON. *Beyond the Kalman Filter : Particle Filters for Tracking Applications.* Artech House, Incorporated, 2004.

[SVL06] S. SÄRKKÄ, A. VEHTARI and J. LAMPINEN. « *Rao-Blackwellized Particle Filter for multiple target tracking* ». Accepted for publication in Information Fusion, 2006.

[VGP05] J. VERMAAK, S. GODSILL and P. PÉREZ. « Monte Carlo filtering for multi-target tracking and data association ». *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 41(1) :309–332, 2005.

[Vit67] A.J. VITERBI. « Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm ». *IEEE Transactions on Information Theory*, 13(2) :260–267, 1967.

[Wes93] M. WEST. « Approximating posterior distributions by mixtures ». *Journal of the Royal Society*, 55 :409–422, 1993.

[WvdM01] E. WAN and R. van der MERWE. *Chapter 7 of Kalman Filtering and Neural Networks - The Unscented Kalman Filter*. Wiley Publishing Ed. S. Haykin, 2001.